



PROJECT MUSE®

---

## La desigualdad económica en México

García Rocha, Adalberto

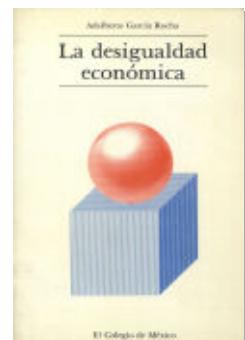
Published by El Colegio de México

García Rocha, Adalberto.

La desigualdad económica en México.

El Colegio de México, 1986.

Project MUSE. <https://muse.jhu.edu/book/74754>.



➔ For additional information about this book

<https://muse.jhu.edu/book/74754>



This work is licensed under a  
[189.238.139.37] Project MUSE (2025-09-13 03:39 GMT)

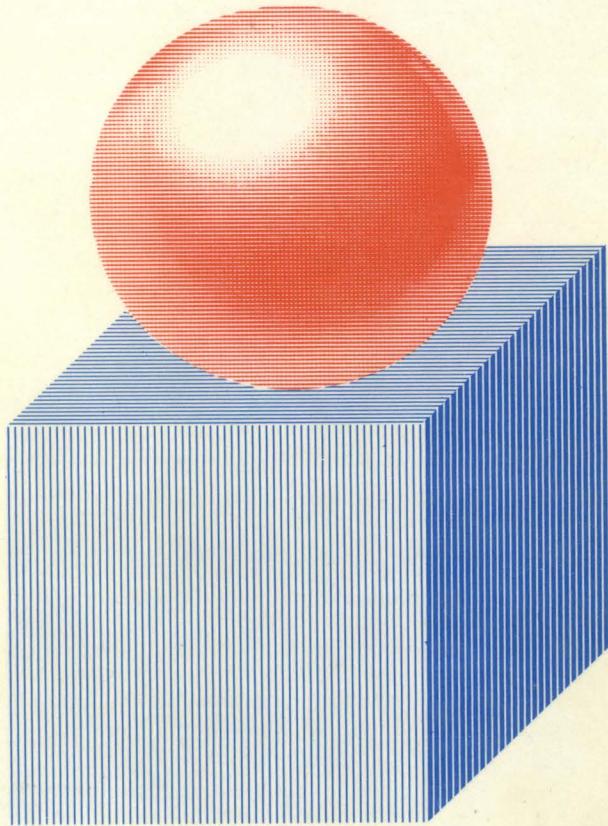
Creative Commons Attribution 4.0 International License.

Adalberto García Rocha

---

# La desigualdad económica

---



El Colegio de México



48924

330

## LA DESIGUALDAD ECONÓMICA

**CENTRO DE ESTUDIOS ECONÓMICOS**

# LA DESIGUALDAD ECONÓMICA

*Adalberto García Rocha*

EL COLEGIO DE MÉXICO

*Open access edition funded by the National Endowment for the Humanities/Andrew W. Mellon Foundation Humanities Open Book Program.*



*The text of this book is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0 International License: <https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>*

**Primera edición, 1986**

**© El Colegio de México, A.C.**

**Camino al Ajusco 20**

**10740 México, D.F.**

**ISBN 968-12-0328-3**

**Impreso y hecho en México/Printed in Mexico**

# Índice

Introducción	9
<b>CAPÍTULO I: Conceptos introductorios</b>	13
<i>¿Por qué estudiar la desigualdad?</i>	13
Descripción y normas	14
Índices y desigualdad	16
Resultados opuestos	17
Lecturas recomendadas	20
<b>CAPÍTULO II: Ingreso, riqueza y justicia económica</b>	21
Igualdad económica y justicia	21
Justicia y procedimientos	22
Contribuciones y oportunidades	23
Necesidades y resultados	26
Desigualdad y eficiencia	27
Ingreso y bienestar	29
Distribución y estado ideal	31
Utilitarismo y contrato social	31
Justicia distributiva por medio del voto	35
<i>¿Medir la justicia?</i>	37
Lecturas recomendadas	39
<b>CAPÍTULO III: Comparación de niveles de desigualdad</b>	41
Condición de Pigou-Dalton	41
Simetría	45
Ejemplos	46
Convexidad del índice de desigualdad	51
Transferencias progresivas y regresivas	53
Orden parcial y orden completo	56
Orden de Lorenz	57
Ponderación de transferencias	61
Transferencias y niveles de ingreso	63
Ponderación decreciente de transferencias	64
Representación gráfica del caso de tres individuos	65
Lecturas recomendadas	67

<b>CAPÍTULO IV: Normas y fórmulas</b>	69
Desigualdad y bienestar	69
Bienestar y utilitarismo	70
Independencia de bienestares	72
Igualdad contra bienestar máximo	73
Igualdad y concavidad	73
La función de evaluación	75
Concavidad y ponderación de transferencias	76
Propiedades de algunos índices	77
Intervalos	78
Varianza	79
Desviación típica	80
Coeficiente de variación	81
Desviación media absoluta	82
Diferencia media absoluta	83
Diferencia media relativa	84
Índice de Gini	84
Transformación logarítmica	88
Varianza de logaritmos	89
Índice de Theil	90
Lecturas recomendadas	94
<b>CAPÍTULO V: La desigualdad como malestar</b>	95
Índices con juicios de valor explícitos	95
Índice de Dalton	95
Índices basados en ingresos equivalentes	96
Otra vez bienestares e ingresos	99
Desigualdades absoluta y relativa	101
Izquierda, centro y derecha	103
Comparabilidad de Lorenz de nuevo	106
Lecturas recomendadas	106
<b>CAPÍTULO VI: La desigualdad en México</b>	109
Características generales de la información	109
Ingreso, gasto y ahorro	114
Comparaciones de desigualdad global	116
Desigualdad relativa	117
Desigualdad absoluta	132
Lecturas recomendadas	136
Apéndice A	137

Apéndice B	139
Apéndice C	147
<b>CAPÍTULO VII: Estructura de la desigualdad</b>	<b>161</b>
Conceptos generales	161
Principio de simetría de poblaciones	162
Estructura de la desigualdad	
en poblaciones separadas	163
Descomposición de algunos índices	168
Estructura de la desigualdad	
por fuentes de ingreso en México	176
Composición de ingresos	179
Desigualdad de los ingresos antes	
y después de la tributación	182
Lecturas recomendadas	184
<b>CAPÍTULO VIII: Desigualdad y crecimiento económico</b>	<b>187</b>
¿Crecer o distribuir?	187
Desigualdades absoluta y relativa	191
Desigualdad y crecimiento en México	198
¿Crecer para qué?	199
Lecturas recomendadas	202
<b>BIBLIOGRAFÍA</b>	<b>203</b>



## Introducción

A diario se toman decisiones, en el ámbito familiar, industrial, comercial, laboral o de política económica, que repercuten sobre el reparto de bienes y servicios, sobre la distribución del ingreso. Muchas de estas decisiones se basan en criterios de justicia implícitos que dan por descontado preceptos sobre el bienestar colectivo, sobre lo que es bueno o malo para los demás. Sin duda, las decisiones de mayor trascendencia son las del gobierno, porque afectan a grandes grupos de población. La tributación, el gasto público, el endeudamiento oficial, el control de precios y salarios, la fijación de tipos de interés y del tipo de cambio, y la mayoría de las disposiciones administrativas o de control alteran la distribución del ingreso y la riqueza. En pocos casos las consecuencias son transparentes, o cuando mucho lo son sólo en su efecto inmediato, como sucede con la política salarial, la tributaria, la de tipos de interés, o la de subsidios, donde es posible identificar beneficiarios y afectados directos.

Pero rara vez hay en las medidas de política económica un efecto predominante; toda acción tiene siempre efectos indirectos, no por ello menos importantes, que en muchos casos son adversos a las metas propuestas.

Puede suceder, por ejemplo, que la política de industrialización arruine a la agricultura o provoque estancamiento, que los subsidios a la larga causen inflación, o que la política de salarios mínimos ocasione desempleo. Los fenómenos económicos están unidos por una cadena causal compleja sobre la cual, por desgracia, sólo se tienen poco más que conjeturas.

El aspecto que nos interesa de estos fenómenos no es su relación causal, de lo cual se ocupa la teoría económica, sino el origen y la naturaleza de las premisas normativas de las que parten las decisiones. Nos interesan en general, los métodos de estudio de la desigualdad como medio para evaluar el avance o el retroceso económico. Supongamos, sólo para ilustrar la idea anterior, que el endeudamiento externo obedeciera al deseo de mejorar el nivel de ingresos de la población de acuerdo a algún principio de equidad, y además, que quienes tomaran esas

decisiones conocieran a fondo las consecuencias de toda estrategia de endeudamiento con el exterior, y que por ende pudieran identificar a los beneficiarios y perjudicados en cada alternativa posible. Cabría entonces preguntarse ¿a qué principios distributivos acudir para seleccionar una estrategia de endeudamiento en particular?, ¿cómo ponderar perjuicios y beneficios distributivos?, ¿cuál es el origen de esos criterios distributivos, y cómo cotejarlos con los hechos?

Aunque la desigualdad se observa en muchos fenómenos, nos llama más la atención en el caso del ingreso y la riqueza. En todas las comunidades, en todas las organizaciones económicas, hay disparidades y jerarquías. En el caso de la riqueza y el ingreso las desigualdades van desde el escaso poder de compra del jornalero agrícola, hasta las grandes fortunas industriales o de la alta burocracia. Las disparidades económicas y de poder son los dos ingredientes principales de la desigualdad social, son la materia prima del discurso de políticos, filósofos, economistas, sociólogos y humanistas; abolirlas es el alto propósito moral en el que dice apoyarse toda acción de política. Sin embargo, hay poca sustancia en todo lo que oímos a diario sobre la desigualdad social. Es difícil encontrar algo más que retórica anodina en frases como “perseguimos una mayor justicia”, “luchamos por un mayor bienestar social”, y en tantas otras. Con estas frases, no queda claro qué es esa justicia o ese mayor bienestar; ni cómo ni cuándo se harán presentes. Es importante notar esta falta de contenido si frases como éas pretenden describir los méritos de la política económica que afecta a grandes grupos de población, o los de determinada postura ideológica. A la incertidumbre inherente a toda medida de política económica, se añade de que sus propósitos de justicia económica rara vez son descifrables, que precisamente sus metas más solemnes, es decir, las distributivas, suelen ser las menos específicas.

En la investigación y en la enseñanza de temas distributivos existen deficiencias semejantes. Abundan los ejercicios que dan poca o ninguna atención al problema de fondo en el estudio de la desigualdad, y ponen todo el énfasis en fórmulas y cifras. El resultado es con frecuencia una mezcla confusa de álgebra, números y opiniones generosas del analista. También son frecuentes los estudios interesados en convencernos de la indignación de sus autores, más que en poner en claro las premisas y los hechos. Sobre el tema de la desigualdad hay más especulación que esfuerzo analítico. Es cierto además que en México la enseñanza de los métodos de estudio de la desigualdad es prácticamente inexistente; es un tema que, si acaso, se incluye como parte de algunas

materias de ciencias sociales, casi siempre en forma fragmentada, o como asunto moral para la contemplación abstracta.

La intención de este libro es dar al lector un panorama introductorio del análisis de la desigualdad y sus vínculos con la interpretación de evidencias empíricas. Estos materiales son el punto de partida para cotejar con hechos estadísticos, hipótesis descriptivas y normativas acerca de la desigualdad económica. Otro propósito del presente trabajo es mostrar diversos resultados sobre la desigualdad global del ingreso en México, tanto por el interés propio de los resultados, como por su utilidad para ilustrar la aplicación de los métodos de análisis. También interesa presentar al lector algunas reflexiones sobre la relación entre crecimiento económico y desigualdad, de nuevo con algunos resultados referentes al caso de México.

Los capítulos siguientes examinan los conceptos y razonamientos en que se basan las comparaciones de desigualdad del ingreso. Más que los números o las fórmulas, interesa exponer cómo los métodos son en el fondo juicios de valor cotidianos, o tomados de las teorías de la filosofía política, ocultos tras un lenguaje algebraico.

La exposición es introductoria, porque hacer explícito y directo el significado de los principios normativos sobre la desigualdad, y estudiar su papel en el análisis de la distribución del ingreso, hace inevitable recorrer demasiados temas, imposibles de tratar con la profundidad que ameritan. Sobre todo en la investigación reciente, la traducción de criterios valorativos a fórmulas matemáticas es tema difícil, que requiere de herramientas avanzadas. Por esta razón el grueso de la literatura teórica resulta inaccesible o tediosa para el lector poco afecto a exposiciones críticas. Se espera entonces que resulte útil la exposición de índices o fórmulas por referencia directa a los criterios en los que se basan, sin el trámite de la deducción axiomática, frecuente en la literatura sobre desigualdad. Se intenta así exponer en lenguaje llano y con un mínimo de tecnicismos, desde los conceptos básicos hasta los resultados más recientes de la investigación teórica sobre la desigualdad. Se espera que este trabajo difunda el conocimiento de algunos conceptos básicos, y despierte la curiosidad del lector por estudiar el tema más a fondo.

Gran parte del estudio de la desigualdad se apoya en técnicas estadísticas, principalmente porque la distribución del ingreso es una forma, una función, que los métodos de la estadística y la teoría de la probabilidad permiten manejar; también porque existe investigación importante sobre la aplicación de modelos estadísticos al estudio del

origen de la distribución del ingreso y la riqueza. El conjunto de herramientas para el estudio de la distribución del ingreso resulta así demasiado amplio. Por ello, los temas estadísticos serán tocados sólo en lo indispensable para los propósitos de este libro.

Los primeros dos capítulos tratan en forma breve los principios de justicia económica más conocidos, y su significado en el contexto de la distribución del ingreso. El capítulo III describe los principios básicos en la formulación de índices de desigualdad. En el capítulo IV se examina el significado de varios índices muy conocidos, y en el capítulo V se hace otro tanto con varios índices de desarrollo reciente. En el capítulo VI se estudia la tendencia de la desigualdad global del ingreso en México, tanto con el propósito de ilustrar la aplicación de los índices descritos en los capítulos previos, como de mostrar algunos resultados interesantes sobre el fenómeno. El capítulo VII contiene una exposición sobre los métodos de análisis de la estructura de la desigualdad por componentes, ilustrados también con varios ejemplos sobre el caso de México. Por último, el capítulo VIII examina la relación entre desigualdad y crecimiento del ingreso.

Agradezco a Marvin Acuña su ayuda en la elaboración de gran parte de los cálculos contenidos en este libro, y a Manuel Gollás sus valiosos comentarios sobre varias partes del manuscrito. Agradezco también a Jaime Serra sus observaciones críticas, y sobre todo su estímulo para llevar a cabo el presente trabajo.

# I

## Conceptos introductorios

### *¿Por qué estudiar la desigualdad?*

El término desarrollo económico intenta definir el avance de una comunidad en un sentido más amplio que el de abundancia de bienes y servicios, como algo más que crecimiento económico. La dimensión más importante que busca incorporar dicho término es la de justicia distributiva: trata de definir el progreso de una comunidad como un avance paralelo en la disponibilidad de bienes y en la equidad de su reparto. La disponibilidad de bienes y servicios es cuantificable, al menos en su aspecto físico, pero no sucede lo mismo con el segundo aspecto.

Aun cuando en la teoría interesan los hechos y sus vínculos causales, más que los juicios de valor, basta con dar una ojeada a la literatura sobre teoría económica para enterarse de las dificultades y debates acerca del papel de la distribución del ingreso en los fenómenos económicos. De aquí las conocidas divisiones de la economía política. Para unos, no es posible hablar de justicia sin pervertir en alguna medida las intenciones puramente analíticas de la teoría. Para otros, la teoría y sus métodos están totalmente dominados por los juicios de valor de sus autores.

Debates aparte, es evidente que para evaluar el progreso o el desarrollo de una comunidad es ineludible acudir a juicios de valor. Toda definición de metas de política económica, toda decisión de corto o largo alcance, toda evaluación de proyectos, sería simplemente imposible de tomar sin acudir en alguna medida a consideraciones de equidad. También es evidente que las consideraciones de justicia distributiva abarcan más dimensiones que las económicas: tienen que ver con el poder, con las libertades civiles y con muchos otros fenómenos políticos y sociológicos. Tal vez el crecimiento económico, e incluso la distribución del ingreso, pueden investigarse mediante los recursos convencionales del método científico, pero la justicia económica es un concepto que pertenece al ámbito valorativo.

Hay infinidad de interpretaciones posibles del concepto de justicia económica, de tal modo que al observar la situación distributiva de una comunidad las conclusiones podrán diferir: ante los mismos hechos algunos verán retroceso donde otros verán avance. Por lo tanto, todo ejercicio de evaluación del desarrollo o del progreso económico en el sentido amplio del término, requiere estudiar la naturaleza y el papel de los juicios de valor. El propósito del estudio de la desigualdad es examinar y diseñar métodos para sujetar a comprobación empírica los criterios para decidir si una comunidad está mejor o peor que antes, o mejor o peor que otra, desde el punto de vista de normas arbitrarias de justicia económica.

A otro nivel, los temas distributivos suelen citarse como la base de las concepciones doctrinarias de partidos políticos y posturas ideológicas. Sin embargo, a pesar de la importancia que las distintas posturas dicen atribuir a la justicia económica, rara vez se aclara qué es, qué significa y cuál es ese estado de equidad y bonanza que prometen. De aquí el interés por explorar los principios por los cuales cada bando sostiene que un sistema económico es más *justo* que otro, por averiguar en qué estriban las diferencias ideológicas en materia distributiva, pero sobre todo por buscar formas de llevar las opiniones al terreno de los hechos.

### *Descripción y normas*

La desigualdad económica es un hecho. Los ingresos y la riqueza entre individuos, familias, regiones o clases son dispares en todas las organizaciones económicas conocidas hasta ahora. Desde este punto de vista, la desigualdad económica, en sus distintas dimensiones, es susceptible de estudio descriptivo de sus causas y efectos, de análisis de su relación con otros fenómenos económicos o sociales en general. Ésta es la forma como aborda el tema toda teoría —como la economía marxista, la neoclásica o cualquier otra— cuyo fin es explicar y predecir. En este contexto, la importancia de la desigualdad depende de sus vínculos causales con otros fenómenos, no de que ofenda nuestras preferencias morales o ideológicas. En el propósito descriptivo predomina el interés por los orígenes y las consecuencias de la distribución del ingreso en relación con el crecimiento de la economía, el consumo de bienes, o la formación de precios, entre muchos otros fenómenos. Es posible que la motivación por el estudio de la desigualdad parte de una preocupación normativa, e incluso que por esa razón el análisis ponga mayor

énfasis en los fenómenos distributivos. Pero cualquier conclusión sobre cómo la distribución afecta los precios, la estructura del consumo y la producción, o cualquier otra, tendrá que ser decidida, en última instancia, mediante la verificación empírica.

Cuando el fenómeno de desigualdad se examina desde su ángulo normativo, los juicios de valor son decisivos para la conclusión. La desigualdad no es simplemente un hecho, sino una situación que interpretamos a partir de preconcepciones de justicia. Las comparaciones de perfiles distributivos son evaluaciones de méritos o defectos de una distribución del ingreso o de la riqueza, desde el ángulo ético o ideológico; son comparaciones explícitas o implícitas de los hechos con un ideal distributivo; el origen de este ideal no es hecho alguno, sino un juicio moral del analista. A este caso corresponde la definición de desarrollo económico ya mencionada, puesto que evaluar el desarrollo consiste en comparar el monto y el reparto de bienes y servicios con lo que deberían ser de acuerdo a un conjunto de premisas normativas.

El término *desigualdad* alude el hecho de que un conjunto de magnitudes económicas, o de cualquier otra índole, son diferentes. El término *inequidad* y otros con igual connotación, hace referencia a juicios de valor sobre el perfil de esas magnitudes. Aunque esta distinción no es tan clara como parece, es útil porque señala en cuál de los dos propósitos del análisis de la desigualdad poner el énfasis. Para interpretar, por ejemplo afirmaciones como “la inflación deteriora la distribución del ingreso”, aun el más obstinado creyente en el papel ubicuo de la ideología en la ciencia, tendrá que separar dos asuntos de naturaleza diferente: primero establecerá qué tipo de relación causal existe entre la inflación y la distribución del ingreso, y luego aclarará el significado de “deteriora”. No es lo mismo afirmar que no hay desigualdad que decir que no hay injusticia.

Como se señaló en la introducción, los estudios sobre desigualdad acuden casi siempre a formulaciones matemáticas y estadísticas en las cuales van juicios de valor inadvertidos, mezclados con descripciones numéricas de la distribución. La interpretación de los resultados, como veremos después, es imposible sin examinar previamente la naturaleza de esos juicios, cómo se llegó a esas fórmulas, y hasta dónde es posible distinguir aquellas inferencias de la información que pertenezcan exclusivamente al ámbito descriptivo, de las que pertenezcan al terreno normativo.

### *Índices y desigualdad*

Los ingresos y la riqueza de una comunidad forman una larga lista de magnitudes; abarcan millones de ingresos, de gastos, de propiedad de activos y múltiples formas de composición familiar y de hogares. Es necesario entonces encontrar medios para hacer viable su recolección pero sobre todo para interpretarla; la información abundante es inútil sin una idea clara de qué hacer con ella. En el asunto que nos ocupa, queremos encontrar procedimientos para ver si la información confirma o refuta nuestras creencias sobre los niveles y las tendencias de la desigualdad de los ingresos. Veamos con algunos ejemplos cómo suele hacerse lo anterior y algunas dificultades que surgen al hacerlo.

En su forma más simple posible, la información sobre ingresos monetarios solamente, puede ser una lista de ingresos medios por estratos, como la del cuadro 1.1, que muestra las proporciones de población e ingresos y los ingresos semestrales medios de las familias en México, en 1977, de acuerdo con tres categorías abreviadas.

CUADRO 1.1

	% de la población total	% del ingreso total	Ingreso medio
Pobres	70	30	3 909
Medios	20	30	13 278
Ricos	10	40	36 098
Grupo	100	100	9 002

Fuente: Cuadro C. 28, del apéndice C, al capítulo VI.

Por inspección directa vemos que los ingresos son desiguales: los tres ingresos medios de cada grupo son diferentes del promedio de todas las familias; 70% de familias, las más pobres, perciben sólo 30% del ingreso total, el 10% más rico recibe 40% del ingreso total; el ingreso medio de las familias ricas es más de 9 veces mayor que el de las más pobres; el ingreso de los más pobres es dos quintas partes del promedio; el ingreso de los más ricos es 4 veces mayor que el promedio; etc. Todas estas descripciones permiten comparar la distribución anterior con la de otro año, país o región. Podríamos ver, por ejemplo, si en 1985 el 70% más pobre recibe más o menos que 30% del ingreso total, y de este modo verificar si la desigualdad aumentó o se redujo.

Sin embargo, la desigualdad de los ingresos se observa entre los tres grupos y no sólo en dos de ellos. La comparación de dos situaciones sería entonces incompleta porque involucraría cuando mucho a dos de los grupos del cuadro, e ignoraría al tercero o a los restantes si hubiese

más. Verá el lector que con este tipo de descripciones no podemos tomar en cuenta los tres ingresos en una sola afirmación. Podemos, desde luego, hacer todas las comparaciones binarias posibles entre cada pareja, pero hacerlo sería de escasa utilidad para el propósito de comparar la distribución con otra u otras. El único camino es acudir a algún tipo de promedio de las diferencias que permita tomar en cuenta todos los ingresos y no sólo dos de ellos.

La forma más frecuente de hacerlo, que se verá en detalle en los capítulos siguientes, consiste en obtener de las cifras una magnitud única, un índice, que refleje en forma resumida la desigualdad. El valor de dicho índice decidirá la posición de la distribución en una escala de desigualdad. Este procedimiento no es más que una generalización de las comparaciones directas como las anteriores, al que hemos incluido un criterio adicional para promediar diferencias. La forma algebraica del índice determina la naturaleza del procedimiento de promediar. Por otra parte, la desigualdad entre dos ingresos puede medirse como un cociente o como una proporción, entre otras formas, y no solamente como una diferencia. La fórmula del índice especifica a la vez la *forma* de medir las diferencias y la manera de promediarlas.

Los índices son un recurso poderoso para el estudio de la desigualdad. Reducen el conjunto de magnitudes a una sola, con la cual pueden hacerse pruebas estadísticas y otras inspecciones de la información. Por este medio puede darse a las comparaciones de desigualdad la forma de un procedimiento de prueba de hipótesis. Con los índices podemos hacer pruebas estadísticas para comparar niveles de desigualdad de acuerdo con criterios probabilísticos. Sin embargo, es evidente que algo se pierde al reducir un conjunto de magnitudes a una sola, y de aquí la importancia de entender la naturaleza precisa de la definición del índice, y del énfasis que éste da a unas disparidades en comparación con otras, entre otros aspectos.

### *Resultados opuestos*

La fórmula del índice es una definición; expresa con lenguaje algebraico los criterios normativos o descriptivos adoptados por el analista. Así como hay muchas maneras de describir la desigualdad por inspección directa de las cifras, también hay muchas formas de capturarla en una expresión algebraica. Por ejemplo, cualquier fórmula cuyo valor sea mínimo o nulo cuando los ingresos son iguales y que adopte un valor positivo cuando no lo son, reflejará el aspecto más elemental

de la desigualdad de los ingresos. Sin embargo, hay muchas fórmulas que cumplen con este requisito; para reducir las opciones es necesario añadir más condiciones a la fórmula y es aquí donde empiezan las dificultades: dos fórmulas que parten de criterios razonables para reflejar la igualdad, pero diferentes en sus demás aspectos, pueden dar resultados opuestos al aplicarlas a un mismo conjunto de datos. De acuerdo a dos índices muy conocidos, por ejemplo, la desigualdad en México en 1963 y 1977, tenía los niveles siguientes:

### CUADRO 1.2

<i>Índice</i>	<i>1963</i>	<i>1977</i>	<i>Conclusión</i>
A	.87	.98	La desigualdad aumentó
B	.55	.52	La desigualdad se redujo

Fuente: Cuadro B.IV.4, del apéndice B, al capítulo VI.

Nota: El índice A es la varianza de logaritmos y el índice B es el coeficiente de Gini.

Según la primera fórmula (A), la desigualdad en México se elevó entre los dos años; de acuerdo a la segunda sucedió lo contrario. Este tipo de situaciones no es la excepción sino la regla. Para investigar por qué sucede lo anterior, podríamos hurgar en la información para detectar fallas en ella y siempre aparecerían, pero es fácil ver que la información no es el problema. Podríamos también eludir el asunto basando las conclusiones en uno de los índices, o en general en todos aquellos que den resultados en una misma dirección. Para justificarnos podríamos invocar a la tradición (por ejemplo, el coeficiente de Gini es el que más se utiliza en estas comparaciones), o subrayar los méritos algebraicos de alguno de los índices. Aunque hay escaso sentido en cualquiera de las alternativas anteriores, son demasiados los estudios sobre desigualdad que acuden a una o a varias de ellas, en ocasiones con la pretensión de que el rigor deductivo detrás de las fórmulas hará inobjetables los resultados.

El camino sensato es, desde luego, investigar por qué los resultados no tienen la misma dirección, por qué dos fórmulas que en efecto reflejan la desigualdad, pueden llevar a resultados opuestos. Para hacerlo es necesario empezar por el principio: examinar el origen de los criterios de definición, la manera como éstos se traducen a fórmulas y los procedimientos de aplicación empírica de esas fórmulas.

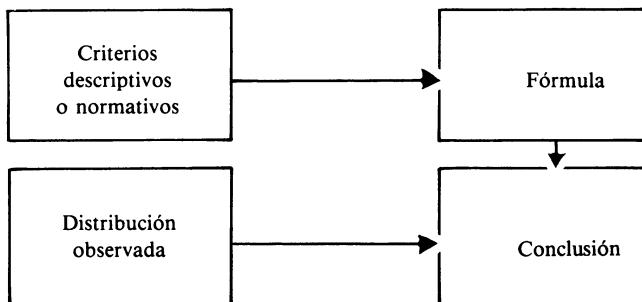
En realidad los resultados del cuadro no son opuestos, sino que cada uno destaca aspectos distintos de la desigualdad. Al optar por uno

de los índices, o por una familia de ellos, el analista decide dar a ciertos aspectos de la desigualdad más importancia que a otros, y es en ese momento cuando adopta una o más premisas normativas.

No es difícil percibir las consecuencias de lo anterior, y por ende la importancia de aclararlo: el analista puede darnos la conclusión que prefiera, o el que hace planes con metas distributivas tiene margen para adoptar las que guste. Tanto para quienes buscan elogiar una política económica, como para sus detractores, queda en apariencia abierta la posibilidad de mostrar que los resultados distributivos de esa política fueron deseables o indeseables; basta con encontrar el tipo de fórmula que se ajuste a una conclusión predeterminada.

Según lo dicho hasta aquí, el procedimiento para cotejar nuestros juicios, normativos o descriptivos, con observaciones sobre la distribución del ingreso, consiste en obtener de esa distribución un número que resuma en alguna forma las diferencias de ingresos. Para obtener dicho número se acude a criterios descriptivos o normativos. En el primer caso, la intención es obtener un resumen aritmético de las diferencias, sin ir más allá de señalar su magnitud. En el segundo, de criterios normativos, se busca atribuir a dichas diferencias una connotación valorativa, desde el punto de vista de algún principio de justicia económica. El diagrama 1.1 ilustra la relación entre estos conceptos.

DIAGRAMA 1.1



La descripción de este capítulo tiene el propósito de explicar las ideas generales de las comparaciones de niveles de desigualdad. En el capítulo siguiente se hará una breve exposición de los criterios más conocidos sobre justicia económica, para examinar después la forma como éstos se traducen a expresiones algebraicas.

### *Lecturas recomendadas*

Aunque existe abundante literatura sobre la desigualdad económica y temas relativos, hay pocos libros de texto al respecto.

El lector interesado en el estudio introductorio sobre la distribución del ingreso y la riqueza, y sus causas, puede acudir a J. Pen [49]. En Cortés y Rubalcava [17] el lector encontrará una exposición de los métodos de análisis de la desigualdad, más orientada a sus aspectos estadísticos. En Kakwani [37] se encuentra una exposición más avanzada sobre el análisis de la desigualdad, orientada a sus aspectos estadísticos y a sus aplicaciones en la teoría fiscal. En Pen [50] aparece una descripción interesante y de la distribución del ingreso.

El lector interesado en un tratamiento más específico sobre la desigualdad, a un nivel más avanzado, puede acudir al excelente libro de A. Sen [64].

## II

### Ingreso, riqueza y justicia económica

#### *Igualdad económica y justicia*

La desigualdad, dijimos, es un hecho. Lo justo o injusto de ese hecho ataña a juicios valorativos. El origen del propósito descriptivo no ofrece mayor dificultad; lo único que intenta es señalar que los ingresos no son iguales. Determinar el origen del propósito normativo, en cambio, conduce a examinar discusiones filosóficas no resueltas, tal vez insolubles, de las cuales sólo podemos exponer sus rasgos más generales. Tal es la intención del presente capítulo.

Algunos autores consideran ocioso cuestionar o hurgar sobre la validez de que la igualdad es el ideal de justicia distributiva por excelencia; es la promesa o el deseo que se expresa a diario como dogma incuestionable de justicia social. Pocos, ante la pregunta directa, se declararían en contra de la igualdad y la justicia; hacerlo sería reaccionario, antisocial. No se sabe de partido político, plan de desarrollo o postura ideológica que defiendan la desigualdad como meta social.

No obstante, al examinar la idea se descubre que en realidad tiene cuando mucho un sentido figurado, que quienes abogan por la igualdad económica no lo hacen en el sentido literal del término. Pocos admitirían igualar los ingresos de un gerente con los de un mozo, los de un ministro con los de un cartero, o los de un diplomático con los de un jornalero agrícola. La preferencia por la igualdad es sólo una forma de decir que se quiere menos injusticia; es una expresión imprecisa del deseo de que haya menos diferencias de niveles de vida o de acceso a los bienes.

Junto al deseo de igualdad, tanta o más fuerza tiene la creencia de que no hay que sacrificar otros principios jerárquicos que forman también parte de los valores y la tradición. Si el lector busca ejemplos como los anteriores, verá lo fácil que es caer en argumentos que harían del deseo de igualdad una causa impopular, en el mejor de los casos utó-

pica o excéntrica. Esto se debe a que la igualdad es una meta compleja, que resulta superficial si no se analiza su congruencia con otros juicios de valor. La igualdad económica es una meta que significa grandes sacrificios de otras como la libertad de ocupación, en el consumo, de heredar riqueza a los hijos, entre otras. Cuando se hace explícito el conflicto entre la igualdad y otros valores, sale a flote el valor poco más que retórico de las expresiones igualitarias.<sup>1</sup>

La literatura filosófica y política abunda en argumentos para demostrar que la igualdad es el estado justo, por el cual vale la pena pagar el precio de eliminar otros objetivos deseables. En su mayor parte, se trata de traducciones al ámbito económico de los principios de igualdad jurídica: si todos somos iguales ante la ley, si todos tenemos los mismos derechos y las mismas aspiraciones, es natural, casi lógico, que todos debamos tener igual acceso al bienestar material. Para el sentido común, y no sólo para la filosofía política que es la disciplina que se dedica a estos asuntos, los méritos sociales y morales de la igualdad económica deberían ser demostrables, y no un dogma o una preferencia arbitraria. Debe haber buenas razones que demuestren que la igualdad de ingresos es el estado justo. En general debe haber alguna forma de mostrar por qué una situación distributiva es socialmente preferible a otra. Aclarar esto, o al menos establecer si es o no posible aclararlo, es crucial para el estudio de la desigualdad cuando su propósito es normativo. Veamos entonces algunos de los argumentos más conocidos acerca de la justicia económica.

### *Justicia y procedimientos*

Las teorías de la justicia económica provienen o son parte de argumentos más generales sobre la justicia social, los derechos civiles y la organización política. La idea subyacente en ellas es deducir estados distributivos ideales en una de estas dos formas. Una es encontrar reglas sociales justas de cuya operación resultaría, entre otras cosas, una distribución del ingreso que en consecuencia sería justa. De esta manera se define la justicia en los procedimientos para obtener normas sobre las relaciones económicas y políticas, no directamente en los resultados. La otra forma es deduciendo directamente cuál debe ser la distribución justa del ingreso a partir de premisas aceptadas arbitrariamente. En este segundo caso, la teoría pone el énfasis en los fines, no en los medios.

En el primer caso, las teorías de la justicia buscan un conjunto de

<sup>1</sup> Véase Tawney [72] y Abbing [1].

procedimientos, un contrato social, para normar el comportamiento de los individuos. La distribución del ingreso y la riqueza que resulte de la obediencia a esta “constitución” puede o no ser la de igualdad, todo depende de las premisas adoptadas en el diseño de los procedimientos. Por supuesto, para crear la constitución es necesario a la vez definir qué es justicia en los procedimientos: que sean, por ejemplo, imparciales, democráticos, bajo igualdad de circunstancias para todos, entre otros aspectos.

En el segundo caso, las teorías de la justicia deducen directamente una distribución justa, que podría ser la igualdad de ingresos, a partir de premisas éticas y técnicas. En esta forma, lo convincente del argumento en favor de un estado distributivo depende de los postulados de los que parte.

### *Contribuciones y oportunidades*

Con frecuencia se escuchan frases como “la tierra debe ser de quien la trabaja” o “el progreso debe ser el resultado del esfuerzo de todos”, o “el capitalista vive de explotar al asalariado”. Estas afirmaciones tienen algo en común: en ellas subyace el principio de que el reparto de bienes y servicios debe corresponder al esfuerzo o a la contribución de los individuos a producir esos bienes. El usufructo de la tierra se gana con el trabajo; los beneficios del progreso con el esfuerzo; la explotación es una apropiación injusta del producto porque éste pertenece al que lo produce.

A este principio se acude en numerosas situaciones; por ejemplo en la determinación de escalas salariales, públicas y privadas, que fijan las remuneraciones de acuerdo con cálculos o conjeturas sobre la contribución de los individuos al producto. Los altos funcionarios, gerentes y administradores tienen percepciones mayores, bajo el criterio de que es mayor su contribución. El principio de contribuciones es la norma distributiva predominante en el mercado de trabajo, en la constitución de sociedades cooperativas, en la organización de los ejidos, entre muchas otras situaciones. En dicho principio se basan las críticas a la especulación financiera, a la intermediación comercial, al acaparamiento de bienes, al favoritismo, al sobreempleo en las empresas públicas, a la explotación económica de la mujer, y a muchos otros fenómenos donde se juzga que los ingresos no corresponden al esfuerzo o al mérito. Hay, sin embargo, situaciones toleradas, aun cuando están en abierta oposición con el principio de contribuciones. Tal es el caso, por ejem-

plo, de quienes reciben ingresos del alquiler de propiedades, de intereses por depósitos bancarios, valores financieros o bursátiles. Las grandes fortunas son otro ejemplo que resultaría reprobable de acuerdo con el principio de contribuciones, ya que su monto no guarda proporción alguna con el esfuerzo productivo de sus propietarios.

La deficiencia más evidente de la norma de contribuciones es que en realidad no resuelve el problema de definir justicia, sólo lo traslada. En las economías modernas, donde la producción es un acto colectivo complejo, resulta muy difícil, casi imposible, determinar cuánto contribuyen los individuos a la producción, salvo en el caso inverso de individuos o grupos que reciben una paga y su esfuerzo productivo es ostentosamente nulo. El problema de medir contribuciones es complejo aun en el ámbito de una pequeña fábrica, o de pequeñas organizaciones. Pero aun cuando fuera posible salvar esas dificultades, es fácil ver que el problema de determinar contribuciones no es solamente técnico; al hacerlo intervienen también juicios de valor, porque evaluar las contribuciones tiene que ver con apreciaciones subjetivas, de mérito o de talento. Los debates sobre la explotación ilustran bien esta dificultad: los capitalistas alegan ser *causa* del producto, que las unidades de producción existen gracias a su esfuerzo empresarial, a su ingenio emprendedor, a su ahorro, mientras que los defensores del proletariado niegan que haya otro derecho de propiedad de los bienes que no sea el trabajo directo en la producción.<sup>2</sup> La dificultad estriba en definir qué significa contribuir.

El principio de contribuciones se encuentra en la teoría llamada neoclásica, pero planteado como hipótesis sobre el funcionamiento de una economía en competencia perfecta, no como norma. Según esta teoría, en una economía competitiva en equilibrio, la distribución del ingreso obedecería al criterio de contribuciones: los pagos al capital y al trabajo serían iguales a sus productividades marginales, que no son otra cosa que contribuciones al producto, no solamente por trabajo directo. En este estado por demás hipotético todos producen lo que consumen, salvo por transferencias voluntarias entre los individuos.

El principio de contribuciones es un caso del criterio más general de oportunidades, por el cual las consideraciones de justicia deben basarse, no en que haya desigualdad de ingresos, sino en lo justo o injusto de las oportunidades económicas o sociales de que partan los indivi-

<sup>2</sup> En este caso, trabajo directo significa participar en la producción en cualquiera de sus etapas.

duos en su ciclo vital. La desigualdad entre el rico y el pobre no es entonces injusta si ambos partieron de una situación justa en cuanto a oportunidades: el rico tiene más que el pobre porque tiene mayor capacidad productiva (principio de contribuciones), o simplemente porque tiene mayor interés por acumular riqueza. El argumento más frecuente en apoyo de este principio es que si algo, por ejemplo la intervención del gobierno, impide que la retribución económica en igualdad de oportunidades corresponda con el esfuerzo y la capacidad productiva, la comunidad caerá en el estancamiento por reprimir las iniciativas de los individuos más capaces y porque el mecanismo redistributivo afectará las decisiones de producción. En tal situación todos los miembros de la comunidad saldrán perdiendo, porque se desaprovechará el potencial de sus miembros más capaces. Aun los menos dotados pueden perder el interés por producir más, si el resultado de su esfuerzo no se traduce en beneficio personal o familiar. Tras este argumento está el principio de que nadie tiene el derecho de redistribuir coercitivamente la riqueza.<sup>3</sup>

También en el principio de oportunidades hay dificultades de interpretación, como es la de definir qué es una distribución de oportunidades justa en forma independiente del ingreso y la riqueza. En muchos sentidos válidos, la posición económica (el ingreso y la riqueza) determina las oportunidades de los individuos. Las oportunidades educativas, por ejemplo, dependen directamente de la posición económica. Si tal es el caso, la norma de oportunidades se vuelve circular: para crear una situación de oportunidades justa es necesario lograr una distribución del ingreso justa. Además, la noción de igualdad de oportunidades conduce al problema de definir si deben o no cubrirse las diferencias de talentos y capacidades, de si los logros de los más hábiles deben o no compartirse con los menos dotados. En igualdad de oportunidades, la desigualdad económica sería un reflejo de capacidades innatas, pero no hay principio normativo que haga obvio que los beneficios del talento natural no deban compartirse.

Aun si se hacen a un lado las dificultades para definir las oportunidades y calcular las contribuciones, en muchas circunstancias esos principios caen en conflicto con otros criterios de justicia. Por ejemplo, una parte importante de la población —la población infantil, la de edad avanzada, la población con impedimentos físicos o mentales, y las llamadas clases ociosas— no participa en la producción. El principio de

<sup>3</sup> Véase un resumen de los distintos puntos de vista en Gill [29].

contribuciones aplicado a estos casos llevaría a la conclusión, inadmisible para muchos, de que la población inactiva no debería percibir ingresos —bienes y servicios— porque no contribuye a producirlos, o a prohibir a los padres heredar sus bienes a los hijos.

### *Necesidades y resultados*

La norma opuesta a la de contribuciones es la de necesidades, cuya premissa es que una distribución del ingreso o la riqueza es justa si corresponde a las necesidades de los individuos. El criterio de necesidades aparece en la conocida frase de Marx: “de cada quien según sus capacidades; a cada quien según sus necesidades”.<sup>4</sup>

El principio de necesidades se opone al de oportunidades y contribuciones, porque define la justicia distributiva por sus resultados, sin importar si sus causas son o no justas. Es la norma de apoyo del grueso de las posturas ideológicas en favor de la igualdad económica. Tras este principio está la idea de que hay una jerarquía de necesidades, de más esenciales a más superfluas. Es así como resulta injusta la desigualdad, porque el ingreso, no importa quien lo produzca, se desperdicia cuando se destina a satisfacer necesidades de escasa importancia, a cambio de no atender necesidades básicas. En este sentido abundan los ejemplos de preceptos que invocan el principio de necesidades: es injusta la opulencia de una minoría cuando las mayorías apenas tienen sólo lo indispensable para sobrevivir; es injusta la producción de bienes suntuarios cuando la producción de alimentos es insuficiente; entre muchos otros.

Del mismo principio parte la creación de instituciones de seguridad médica y social que otorgan sus servicios en forma gratuita o independiente de la contribución de los beneficiarios al sostén de la institución. Por este mecanismo las instituciones de seguridad médica distribuyen ingreso (en la forma de servicios) de los individuos que los necesitan menos a los que los necesitan más. También se basan en este principio los programas de vivienda popular financiados con cuotas de salarios o con ingresos tributarios del gobierno, los programas de subsidios, el transporte colectivo, y muchos otros que intentan transferir ingreso a los que carecen de medios.

Se acude también, erróneamente, al principio de necesidades para

<sup>4</sup> La literatura marxista sobre este tema es muy extensa; Bose [10] contiene una exposición amplia de aspectos normativos en la teoría marxista. Roemer [58] y [59] hace un análisis riguroso del concepto de explotación.

defender la idea de que el gobierno debe redistribuir ingreso en especie y no en dinero, porque los subsidios en especie son automáticamente selectivos: por los tipos de bienes que produce el gobierno, sus beneficiarios son en su mayoría quienes efectivamente necesitan los bienes. La redistribución en dinero plantea en cambio grandes dificultades de control administrativo para lograr que los beneficios lleguen efectivamente a quienes los necesitan. En realidad se trata de un problema técnico que se basa sólo indirectamente en el principio de necesidades. En Estados Unidos y varios países de Europa existen extensos programas de ayuda social en dinero cuya efectividad no es más dudosa que la de los extensos programas de subsidios en especie que existen en México.

De nuevo sucede con este principio que el problema distributivo se traslada a otro, que es el de definir necesidades, agravado por la dificultad de que la definición de necesidades tiene que ser independiente del ingreso o la riqueza. El problema es análogo al señalado acerca del principio de oportunidades. Si las necesidades de los individuos dependen de su ingreso, el argumento se vuelve circular: los ricos siempre necesitarán más bienes que los pobres, o bien, al igualar ingresos se igualarán necesidades.

### *Desigualdad y eficiencia*

El término distribución parece significar que hay un total de bienes que, una vez producidos, pasan por un proceso de reparto, que da a cada individuo una porción de un total definido. Esta interpretación sugiere a su vez que la distribución puede examinarse por separado de la producción, como si un fenómeno aconteciera en secuencia después del otro. La mayoría de las alusiones interpretan a la producción y la distribución, incluso en algunas teorías, como fenómenos separados; pero en los hechos no sucede así. La producción y su reparto son fenómenos que guardan entre sí una relación compleja y se distinguen sólo por conveniencia analítica. Por lo tanto, conviene tener en mente que el término distribución del ingreso no alude al reparto de un total perfectamente definido, sino a un fenómeno complejo de determinación de ingresos personales o familiares.

La producción en cada periodo rara vez es la máxima posible; no se aprovechan al límite todos los recursos productivos ni se produce al costo mínimo. Por muchas razones, de las cuales se ocupa la macroeconomía, existen desequilibrios como el desempleo o la inflación,

que impiden que el aprovechamiento de los recursos sea óptimo. Aparece entonces la cuestión de si la desigualdad es un fenómeno provocado por esos desequilibrios, que impiden a muchos individuos producir los bienes que necesitan, o si es en efecto una deformación de un proceso de reparto.

Una política de empleo, por ejemplo, no es una medida que redistribuya el ingreso de unos individuos a otros, porque los que obtengan empleo gracias a dicha política producirán sus propios ingresos y no los recibirán de nadie. Sin embargo, dicha política sí podría tener efecto sobre la desigualdad de los ingresos, tal vez la reduciría, porque al aumentar el nivel de ocupación la producción será mayor; habrá individuos con ingresos positivos que antes eran nulos. Redistribuir significa repartir, no significa dar oportunidades de producción. Sin embargo, se alude a todo cambio en los ingresos como un cambio en la distribución, aun cuando no haya transferencias de por medio, o aunque los cambios en los ingresos resulten de una combinación de causas, además de las propiamente distributivas.

En la teoría neoclásica del equilibrio general, una situación óptima en el sentido de Pareto es aquella en la cual no es posible mejorar a nadie sin perjudicar a otro. Es un conjunto de situaciones donde se ha llegado al límite del total de producción, de tal manera que cualquier cambio en la posición de un individuo siempre será a costa de cambiar la de otro, u otros. En este sentido los puntos óptimos son eficientes. Cualquier cambio en la posición económica de los individuos en el óptimo de Pareto sólo será posible mediante redistribuciones de ingreso propiamente dichas, no mediante cambios en el total a repartir. El óptimo de Pareto no es único, como puede apreciarse, por ejemplo, si se compara la situación con el reparto de un pastel entre un número fijo de personas: el pastel puede repartirse en una infinidad de formas y en todas dar más a unos siempre será por dar menos a otros.<sup>5</sup> La esclavitud es otro ejemplo de óptimo de Pareto, ya que en esa organización es imposible beneficiar a los esclavos sin perjudicar a sus propietarios. De la circunstancia de que el óptimo de Pareto no es único, surgieron las teorías del bienestar, cuyo fin era encontrar el óptimo *normativo* de ese conjunto de estados eficientes, es decir, su intención era vincular las conclusiones de la teoría del equilibrio con principios éticos para seleccionar uno de esos óptimos. De este modo

<sup>5</sup> Esta ilustración fue adaptada de Sen [64], cap. 1.

la teoría del bienestar serviría para definir criterios de política económica.

Para nuestros fines, el estudio de la desigualdad no depende de que la economía esté o no en un óptimo, sea éste de Pareto o cualquier otro. Las posibilidades para comparar una distribución del ingreso con otra no tienen que ver con el origen de las distribuciones, sino con la forma de las mismas. El término distribución se refiere al perfil de magnitudes, sin importar si su origen es la producción o la distribución propiamente dicha. Es un juicio de valor suponer que llegar a un óptimo de producción tiene prioridad sobre el interés por redistribuir el ingreso, que antes que repartir hay que producir más. La posibilidad de formular criterios de justicia en el reparto de los bienes no tiene por qué depender de que en la economía haya pleno empleo, o de que no haya desperdicio de recursos.

### *Ingreso y bienestar*

El ingreso es un indicador del acceso de los individuos a los bienes y servicios; es un fenómeno observable mediante técnicas censales o de muestreo; es cuantificable y susceptible de comparaciones entre individuos, familias, regiones o países. Sin embargo, cuando se habla de desigualdad económica en torno a consideraciones de justicia o equidad, el sentido de la comparación de ingresos deja de ser sólo aritmético. El ingreso es una medida de la cantidad de bienes y servicios al acceso del individuo o la familia, es el vehículo de satisfacción de necesidades materiales, pero no es en sí mismo el fenómeno de interés. Cualquier asunto relacionado con justicia distributiva es en última instancia cuestión de justicia en la desigualdad de bienestares; éstos dependen de la relación entre los bienes y las necesidades de los individuos.

Cuando decimos que es injusta una diferencia de ingresos, por ejemplo entre ricos y pobres, en el fondo comparamos niveles de bienestar material. Sin decirlo, tomamos al ingreso como indicador directo de bienestar; suponemos que no hay problema en comparar la capacidad de ricos y pobres, o en general de individuos diferentes, para disfrutar del ingreso; la idea implícita es que el pobre y el rico alcanzarían el mismo nivel de satisfacción si sus ingresos se igualaran. Hacer la comparación directa de ingresos, equivale a suponer que el bienestar es medible en pesos y centavos, y más todavía, que el bienestar puede compararse como si hubiese una mercancía homogénea cuya magnitud es el ingreso monetario.

A pesar de las objeciones que puedan surgir, es fácil ver que no se podría llegar muy lejos en el estudio de la desigualdad sin acudir a este supuesto, conocido bajo el nombre de comparaciones interpersonales de bienestar, para subrayar que la comparación involucra individuos diferentes. Sin comparar bienestares, sólo podríamos decir que unos tienen más ingreso que otros, pero nada acerca de las consecuencias de esas disparidades sobre la insatisfacción absoluta o relativa de unos individuos con respecto a otros. El supuesto de que los bienestares son comparables entre individuos se hace diario cuando se denuncia la injusticia de la desigualdad de ingresos; ha ocasionado también largos debates teóricos por la creencia, equivocada, de que es un juicio de valor.

Este supuesto de comparación, unido a la premisa normativa de que los bienestares de los individuos deben ser iguales, permite argumentar que la igualdad de ingresos es un estado justo. Si los individuos son iguales en su capacidad para disfrutar de los bienes, sólo mediante la igualdad de ingresos se igualarán sus bienestares. Este argumento ilustra cómo un juicio de valor, el de igualar bienestares, y un hecho a comprobar, la igualdad de capacidades, conducen a un conclusión distributiva. Pero si las capacidades de los individuos para disfrutar del ingreso difirieran, la igualdad de bienestares se lograría dando mayor ingreso a quienes tuvieran capacidad menor para disfrutarlo; así, los inválidos compensarían sus desventajas, o los individuos de menor educación su incapacidad para disfrutar de la cultura. La distribución del ingreso resultante sería entonces desigual, para que fuera justa en el sentido de igualar bienestares.

La teoría del bienestar pasó por un largo periodo de reformulaciones y debates, por el afán de lograr que sus argumentos no contuvieran juicios de valor acerca de la comparabilidad de bienestares. De este afán surgió la “Nueva teoría del bienestar”, cuya pretensión más importante era eliminar del argumento neoclásico toda conclusión basada en comparaciones interpersonales de utilidad. Este esfuerzo fue una pérdida de tiempo, entre otras cosas porque dicha comparación no es en realidad un supuesto valorativo.<sup>6</sup>

Las objeciones a las comparaciones interpersonales de bienestar basadas *solamente* en el ingreso pueden ser importantes. Un ejemplo es el caso de las indemnizaciones en las obras públicas, cuando se ofrecen

<sup>6</sup> Sobre este aspecto véase Sen [64]. El lector interesado en esto desde el punto de vista de la teoría del bienestar puede consultar Mishan [45].

pagos en dinero a los afectados por la obra. Son muy frecuentes los casos en los que los afectados por las obras rehúsan compensaciones porque consideran que la pérdida de bienestar por abandonar el lugar que han habitado por generaciones no tiene equivalente pecuniario. En muchas situaciones el bienestar no tiene precio, y por lo tanto no tiene sentido identificarlo con el ingreso. Un ejemplo extremo de aplicación del cálculo pecuniario del bienestar (en este caso lo contrario, males-  
tar) es el de la aritmética legal, por la cual una ofensa se castiga con 15 días de cárcel o 500 pesos de multa.

### *Distribución y estado ideal*

Tanto el criterio de contribuciones (oportunidades) como el de necesidades (resultados) son insuficientes para evaluar una situación distri-  
butiva, porque no basta con definir un estado ideal para comparar un  
reparto de ingreso. Se necesitan más criterios que la sola definición de  
un estado ideal. La distribución del ingreso en Dinamarca es desigual  
y seguramente no es la ideal desde el punto de vista del criterio de dis-  
tribuciones o del de necesidades. Sin embargo, la distribución del in-  
greso en ese país es en más de un sentido diferente de la de Perú; para  
muchos la distribución del ingreso en Dinamarca es mejor que en Perú  
o que en México, aun cuando en todos los casos exista injusticia, ya  
sea de acuerdo con dichos principios o con otro cualquiera. Saber que  
esas situaciones no son las ideales no nos saca del apuro. No todas las  
situaciones son iguales, aunque no sean las ideales. Por ello interesa  
buscar criterios más específicos para distinguirlas.

La distribución del ingreso es un fenómeno de un grupo de individuos, no un atributo individual, y puede tener infinidad de formas. Por lo tanto, se necesitan criterios para comparar estas formas más allá de si son injustas o no, o de que coincidan o no con un ideal. Ade-  
más de la definición de un estado distributivo justo es necesario incor-  
porar criterios para “medir” la distancia entre una situación observada  
y la de referencia. Al final estos criterios serán más importantes que  
los que definen el estado ideal. En última instancia, lo que interesa es  
comparar una distribución con otra, para medir la “distancia” relati-  
va entre cada una y la de referencia.

### *Utilitarismo y contrato social*

Una forma de hacerlo, es a través de algún tipo de relación entre el  
bienestar del grupo y la distribución del ingreso. El bienestar del grupo

serviría como índice para distinguir una posición distributiva de otra. Dos formas muy conocidas de especificar tal relación entre ingreso y bienestar son el utilitarismo y las teorías del contrato social, que se distinguen entre sí por la forma de inferir sus conclusiones; corresponden, respectivamente, a la idea de justicia de resultados y de procedimientos examinada en relación con los criterios de contribuciones y necesidades.

El argumento utilitarista es una extrapolación de la conducta individual a la del grupo; sostiene que el bienestar de una comunidad debe definirse por el dictado de un observador hipotético racional, que sabe y entiende lo que es bueno para la comunidad, en la misma forma que un individuo sabe y entiende lo que es bueno para él. Así como el individuo, el grupo puede hacer sacrificios hoy para obtener beneficios futuros. Del mismo modo que el individuo busca el bienestar máximo, otro tanto puede decirse de la comunidad.<sup>7</sup> Según la idea utilitarista, un observador con estas características, inevitablemente llegaría a la conclusión de que una distribución del ingreso o de la riqueza es más o menos justa según que el bienestar colectivo asociado sea mayor o menor. El bienestar colectivo, en la acepción utilitarista, es simplemente la suma de bienestares individuales. Si se quita a unos para dar a otros, se eleva o se reduce el bienestar “total”. Mediante este cálculo de “dolores y placeres”, podremos distinguir una situación distributiva de otra.

Aplicada al tema de la desigualdad, la idea utilitarista consiste en calcular para cada individuo el bienestar que obtiene del ingreso que recibe, y luego obtener la suma total. Puesto en forma esquemática, de acuerdo con el principio utilitarista, la distribución A es socialmente preferible a la distribución B, si la suma de bienestares de A es mayor que la de B.

La doctrina utilitarista ha sido objeto de muchas críticas y reformulaciones, imposibles de examinar aquí. Por basar sus argumentos en motivaciones egoístas del individuo, extrapoladas al grupo, es una teoría de la justicia mal vista por los humanistas. Sin embargo, son frecuentes los argumentos de corte utilitarista, aun entre sus enemigos más intratables. Se encuentran en expresiones muy conocidas como “el bienestar de las mayorías está por encima del interés de unos cuantos”, esto puede interpretarse como un cálculo por el cual la suma de pérdi-

<sup>7</sup> Esta versión del utilitarismo proviene de Rawls [56], cap. 1. El debate entre Strotz, [68] y [69] y Fisher y Rothenberg [23] y [24], aunque de nivel avanzado, examina a fondo el significado del utilitarismo en el contexto distributivo.

das y ganancias de bienestares individuales es positiva: el beneficio de las mayorías compensa el perjuicio a las minorías. Este tipo de cálculos se hacen en las guerras, cuando se determina el “costo en vidas” de una operación militar, en la aritmética legal citada antes, o en las evaluaciones de las pérdidas “materiales y humanas” de algún cataclismo.

Uno de los ingredientes básicos del argumento utilitarista es el individualismo, que es el supuesto de que el bienestar del grupo no puede definirse más que por referencia a los individuos que lo constituyen. La intención del argumento es mantener en el cálculo del bienestar las premisas de igualdad ante la ley y los derechos individuales. Para el utilitarismo, no hay en la actividad económica otro propósito que atender las necesidades individuales de alimentación, vestido, transporte, vivienda, etc. El grupo o la comunidad son el conjunto de individuos y nada más. El bienestar del grupo es la suma de los bienestares individuales. Por lo tanto, todo cambio en la situación del grupo, es decir, en la suma de utilidades, tiene que ser consecuencia de cambios en la situación de los individuos. No hay lugar para otros intereses, para valores impersonales o para un estado supraindividual.

Otra manera de definir el principio individualista es la siguiente. Si en una comunidad ocurre un cambio que uno de los individuos prefiere y a los demás les es indiferente, entonces la *comunidad* prefiere la nueva situación; es así como se vincula el bienestar del individuo con el del grupo. Si al menos uno de los individuos, puede ser el más rico, prefiere una situación a otra, de dos cualesquiera, y a los demás les es indiferente, entonces esa situación es socialmente preferible.

El rechazo al individualismo por sus connotaciones egoístas puede dar lugar a interpretaciones erróneas de su opuesto, que sería el colectivismo. Cuando se dice que el grupo es una entidad aparte, que está por encima del individuo, no se pretende descartar por completo el interés individual, sino incorporar al concepto de bienestar social normas adicionales, por ejemplo principios de solidaridad para enfrentar sacrificios en una guerra, en una crisis: en situaciones que exigen sacrificios, como perder la vida o soportar la miseria. Pero en la mayoría de los casos relacionados con la posición material o económica del grupo, el bienestar sólo se entiende a través del individuo. Por ejemplo, si se eleva el gasto público para “beneficio colectivo”, no hay otra forma de identificar a los beneficiarios que por inspección de los efectos de esa medida sobre los individuos; en estos casos no hay “colectividad” a diferencia de los individuos, no hay beneficiarios en abstracto.

Las teorías del contrato social parten de una base diferente. Para éstas no es la distribución del ingreso o la riqueza el asunto de interés directo. Lo importante son las reglas de convivencia de la cual se deriva una situación distributiva, en forma análoga al criterio de oportunidades mencionado antes. La distribución del ingreso justa es aquella que resulte de la operación de un contrato social, de una constitución, a condición de que las *reglas* para hacer el contrato se logren en circunstancias de imparcialidad. Si dichas reglas son “parejas”, el contrato social resultante dará lugar a una distribución del ingreso, que no tiene que ser igualitaria ni de alguna forma preconcebida, pero que será justa porque la constitución lo es.

La versión más reciente y depurada del argumento del contrato social en temas económicos es la de Rawls.<sup>8</sup> Según este autor, si una comunidad se reúne en igualdad de circunstancias, tras un “velo de ignorancia” con respecto a la posición económica real de cada individuo, ninguno de los individuos sabe qué posición ocupará, y en general habrá desigualdad económica; los individuos fijarán entonces la constitución de tal manera que sus reglas beneficien al máximo a los que queden en peor posición. Los pactantes preverán que la distribución del ingreso será desigual. En estas circunstancias, por desconocer la posición social que ocuparán, buscarán proteger la posición menos favorecida. Aceptarán la desigualdad sólo en la medida en que ésta beneficie a los individuos de posición inferior. La distribución del ingreso justa será aquella en la cual la desigualdad existe sólo porque en cualquier otro caso los que tienen ingresos inferiores estarían en peor posición, incluido el caso de igualdad. De aquí la conclusión de que lo justo es obtener el máximo para aquellos que tengan la posición social mínima: ésta es la regla del “maxi-min”.

Son también frecuentes los argumentos basados en la idea del contrato social. Un ejemplo es el principio de que los individuos deben retribuir a la sociedad la educación que recibieron. Se admite la desigualdad, que consiste en dar más educación a una minoría, a condición de que sus beneficiarios últimos sean los de menores ingresos. La educación para individuos seleccionados se permite porque el beneficio que acarrea debe ser para mejorar la posición de los menos favorecidos, que de este modo estarán en mejor posición que si hubiese igualdad.

<sup>8</sup> La teoría aparece expuesta en forma extensa en Rawls [56]. En Rawls [56] aparece una versión resumida.

Las expresiones cotidianas sobre la justicia económica caen dentro de alguno de estos tipos de argumentos, frecuentemente combinados. Es evidente que los argumentos utilitaristas y los del contrato social son incompatibles. El argumento utilitarista busca una base “natural” de los criterios de justicia. Pretende justificar una determinada distribución a partir de una deducción que consta de dos partes: el bien son los bienes (por el bienestar material que permiten), y hay que obtener el bien máximo. La posición distributiva más justa es aquélla donde el bien es máximo. Lo bueno es maximizar el bien. Vemos así que el peso del argumento recae sobre la idea de buscar el máximo.

Las teorías del contrato social, por su parte, buscan una suerte de justificación democrática que permita a los individuos conciliar sus puntos de vista normativos. Sin embargo, el argumento de Rawls puede interpretarse de otro modo, que lo sitúa entre las teorías del egoísmo: para que los individuos lleguen a elaborar el contrato en los términos propuestos por el autor, es necesario que todos piensen igual, que los guíe un principio oportunista o defensivo y no un principio moral. Los individuos buscan el beneficio de los menos favorecidos por el temor de quedar ellos mismos en esa posición, pero no porque los guíe un alto propósito. Podría suceder que la decisión tras el velo de ignorancia no fuese unánime, en cuyo caso Rawls nos debe una explicación de las reglas para llegar a una constitución.

Algunos autores critican la teoría del contrato social de Rawls precisamente porque hace a un lado que haya reglas de origen moral. Es un hecho que muchas normas no tienen origen en contrato alguno. Por ejemplo, la prohibición a la homosexualidad, a la prostitución, a las drogas o al alcohol, se basan en principios morales arbitrarios y no en plebiscitos o deducciones utilitaristas. En este tipo de prohibiciones no son las consecuencias económicas las que conducen a la prohibición. El excelente negocio que es la droga es duramente combatido por los gobiernos, no obstante que para algunos países representa una fuente importante de bienestar material para sus habitantes.

### *Justicia distributiva por medio del voto*

Los criterios para definir la justicia económica, para decidir qué es una distribución justa, están ligados íntimamente con los criterios acerca de quiénes deben decidir qué es justo. A este respecto podemos contemplar dos posibilidades. Una es acudir a normas de justicia absolutas, como los diez mandamientos; la otra es acudir a mecanismos justos,

como podrían ser los democráticos. En el primer caso, que podríamos llamar paternalista, una autoridad máxima tomaría decisiones cuyos efectos distributivos serían evaluados a partir de normas absolutas entendidas por todos, sin tomar en cuenta criterios de justicia en los procedimientos: la autoridad haría sus deducciones, por la vía del utilitarismo o las teorías del contrato social, o simplemente de su conocimiento intuitivo del bien común. En alguna medida, todos los gobiernos alegan ser depositarios de verdades morales en este sentido.

En el segundo caso, la autoridad haría una consulta popular; acudiría al voto para obtener de los individuos el orden colectivo de preferencias. Para ello se fijarían algunas reglas mínimas en el procedimiento: que todos los votantes fueran iguales, que la decisión proviniera sólo del voto, que el orden de preferencias fuera congruente, y que el voto se aplicara a un conjunto de opciones bien especificadas (no a opciones abiertas).

Supongamos que la autoridad presentara tres opciones, A, B y C, respecto de un conjunto de medidas de política económica que tuvieran consecuencias distributivas diferentes y fueran las distribuciones del ingreso A, B y C. Para averiguar cuál es el orden social de preferencias, se haría un plebiscito en el cual los individuos declararían sus preferencias respecto de los tres “estados sociales” A, B y C. Por congruencia se entiende que el orden resultante sea transitivo, que si la comunidad prefiere A a B y B a C, también prefiere A a C. Por otra parte, se exige que el procedimiento sea democrático en el sentido de que ninguno de los individuos imponga su criterio sobre los demás, también que la votación sea anónima, que ningún voto valga más que cualquier otro. Por último, el voto deberá aplicarse a opciones bien definidas presentadas a votación. Toda combinación de los estados A, B y C es válida como respuesta de los votantes, y la votación deberá sostenerse, aun cuando hubiese otras opciones no consideradas. Estas reglas mínimas de votación conducen a la imposibilidad de obtener por procedimientos democráticos un orden de preferencias sociales sin contradicciones. Si la comunidad consta de tres individuos, el resultado podría ser:

Individuo 1, A B C  
Individuo 2, B C A  
Individuo 3, C A B

De estos resultados, la autoridad deberá obtener el orden de preferencias del *grupo*. La mayoría de los individuos prefieren A a B y B

a C. Si el orden ha de ser congruente (transitivo), la comunidad prefiere por lo tanto A a C. Sin embargo, encontramos una contradicción, porque el cuadro muestra también que la mayoría prefiere el estado C al A. Ésta es una ilustración simple del conocido teorema de imposibilidad de Arrow.<sup>9</sup>

La razón de la incongruencia está en que no es posible satisfacer todas las reglas del procedimiento; no es posible porque en este mecanismo de votación la única información que tomamos en cuenta es el *orden* de las preferencias individuales, sin ninguna consideración en cuanto a su intensidad. No importa qué tanto más prefieren los individuos a A sobre B o C. El dilema se resolvería si hubiese alguna forma de tomar en cuenta la intensidad de las preferencias y se admitiera la posibilidad de compararlas. La intensidad de las preferencias depende de opciones no incluidas en la votación, de tal modo que el orden transitivo del grupo no puede obtenerse sin esa información.<sup>10</sup> Esto ilustra la conexión entre el voto y el supuesto de comparaciones interpersonales examinado antes. La imposibilidad de conocer por medio de una votación, el orden de preferencias de la comunidad demuestra que el análisis de la desigualdad es imposible si no se cuenta con criterios para comparar bienestar entre individuos.

### *¿Medir la justicia?*

Al plantear el procedimiento de comparación de niveles de desigualdad al principio del capítulo, y en la explicación anterior sobre las posibilidades de derivar por votación un estado justo, se mencionó el concepto de orden de las distribuciones. En el caso de la desigualdad, el orden se refiere a la posición de las distribuciones del ingreso en una escala; en el caso del voto, al orden de las preferencias sociales con respecto a un conjunto de estados. Este procedimiento de construir órdenes puede definirse formalmente, para hacer explícitas sus propiedades y supuestos, y para aclarar el significado de los métodos cuantitativos en el contexto presente.

<sup>9</sup> Estas explicaciones sólo ilustran el teorema de imposibilidad, cuya demostración es compleja. El lector interesado puede consultar Arrow [3] y [4]. Resulta interesante comparar el significado del teorema para las teorías del bienestar de acuerdo con las observaciones de Little [43].

<sup>10</sup> Esta explicación considera sólo una posibilidad de eludir el principio de imposibilidad. Sen [64] ofrece otra forma que parte de un principio llamado axioma de equidad débil.

Al decir que A es preferible a B y B es preferible a C, se define una escala con propiedades cuantitativas mínimas. La escala puede representarse con números, a condición de que demos a éstos sólo un sentido ordinal. Por ejemplo, si asignamos 100 al estado A, 10 al estado B y 2 al estado C, la escala numérica 100, 10, 2, captura el orden de preferencias de la escala ABC. Lo mismo sería si eleváramos los números al cuadrado: 10 000, 100, 4. Cualquier transformación positiva, que no cambie el signo de la escala, preserva el orden original ABC, o 1 000, 10, 2. La característica de la escala es que no atribuimos significado a la *diferencia* entre los números, sino solamente a su posición de magnitud. La situación A, cuyo “valor” es 1 000, no es 10 veces preferible a la situación B cuyo “valor” es 100; tampoco se puede decir que se prefiere A a B 900/8 veces más que B a C. Una escala ordinal es precisamente una escala sujeta a estos requisitos; no es una escala única, sino una familia infinita de escalas, que preservan un mismo orden de magnitudes.

Aunque en el estudio de la desigualdad se acude al cálculo diferencial y al análisis funcional, entre otros métodos matemáticos, la interpretación de las escalas de desigualdad es casi siempre ordinal. La razón es fácil de entender: cuando la intención es normativa, tiene poco sentido hablar, por ejemplo, de la tasa de crecimiento de la desigualdad, de la elasticidad de la igualdad con respecto al ingreso, o de conceptos por el estilo, si lo que se busca es comparar situaciones injustas.

Con estas explicaciones se quiere evitar algunas confusiones frecuentes sobre el significado de medir o cuantificar, especialmente cuando se trata de temas como el presente. La crítica al abuso de las matemáticas siempre es válida, pero no puede serlo en general a su uso. Hay varios grados o niveles de cuantificación de un fenómeno o sus atributos. El más simple es el ordinal, al que se acude a diario cuando se afirma, por ejemplo, que la situación distributiva de México ha empeorado durante los últimos tres decenios. De hecho hay afirmaciones que incurren en interpretaciones cuantitativas mucho más fuertes, usadas aun por los detractores de las matemáticas: cuando se dice, por ejemplo, que la situación distributiva del país mejoró más durante determinada administración que en tal otra. Para poder afirmar lo anterior es necesario suponer que la situación distributiva es comparable en un sentido más fuerte que el ordinal.

En los capítulos siguientes, el grueso de la exposición no acudirá a interpretaciones cuantitativas más allá de las ordinales, salvo por el tema de la relación entre crecimiento y distribución en el capítulo VIII.

### *Lecturas recomendadas*

En este capítulo se ha hecho una exposición muy abreviada sobre la relación entre las teorías de la justicia y la distribución del ingreso. A continuación se enumeran algunas lecturas para el interesado en profundizar sobre estos temas.

Sobre el tema de la igualdad como ideal distributivo, véanse los puntos de vista de Abbing [1], y Tawney [72]. Véase también Tinbergen [74] y [75]. En Carens [12], aparece una exposición amplia sobre la igualdad en el contexto del utopismo. En Zaid [84] (en especial en los capítulos 8 y 9), encontrará el lector un lúcido análisis sobre los absurdos de los principios de justicia y progreso en México.

Sen [64] cap. 4 presenta un análisis excelente de los principios de necesidades y contribuciones. El lector hallará en Friedman [28], una defensa vehemente de los principios de oportunidades y contribuciones, así como una crítica al principio de necesidades.

Sobre el principio de necesidades en la teoría marxista, véase la conocida obra de Marx [44]; véase además un análisis avanzado del concepto de explotación de acuerdo con las teorías marxistas modernas en Roemer [58] y [59]. En Bose [10] encontrará una exposición detallada sobre los conceptos de justicia y explotación en Marx.

La literatura sobre el utilitarismo y el contrato social es muy abundante. Un resumen sobre los principios utilitaristas puede verse en Rawls [55] (cap. 1); en la misma obra, Rawls expone una conocida versión moderna de las teorías del contrato social derivadas de Kant, Rousseau, Locke y otros, aplicada específicamente al contexto económico. Véase también el artículo de Rawls en [56]. El lector encontrará interesante la comparación de puntos de vista de Pigou, Rawls, Klevorick, Nozick, Thurow y Posner, en Gill [29]. Véase también Gordon [33]. Los estudios sobre el utilitarismo en la teoría económica, en especial la llamada teoría neoclásica, y en la teoría del bienestar, han dado lugar a numerosos debates e interpretaciones. En Sidgwick [66] aparece una conocida defensa del utilitarismo; véase también Viner [78] y Vickrey [76] y [77]. En Mishan [45] aparece una buena exposición de la teoría del bienestar y sus avances recientes; véanse además Harsanyi [35], Fleming [27], Pattanaik [48]. Stiglitz [67] presenta una aplicación de la teoría neoclásica a la distribución *personal* del ingreso. El debate entre Strotz, en [68] y [69], y Fisher y Rothenberg, en [24] y [25], muestra las dificultades de interpretación de los principios utilitaristas en

la economía. Algunos aspectos de este debate serán examinados en el capítulo V.

El principio de imposibilidadd de Arrow aparece en su conocida obra [3]; también en [4], del mismo autor. Little [43] examina varias objeciones interesantes a la interpretación de dicho principio.

### III

## Comparación de niveles de desigualdad

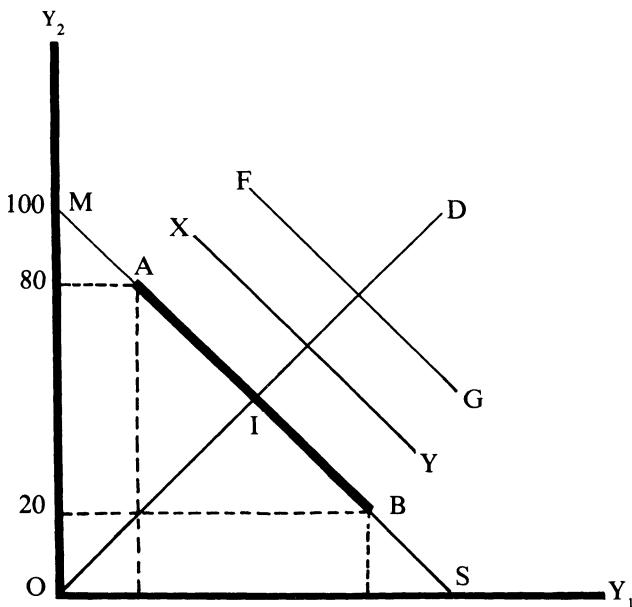
#### *Condición de Pigou-Dalton*

Los principios de justicia distributiva examinados en el capítulo previo, aunque son la base de las premisas para el análisis de la desigualdad, conducen a conclusiones demasiado simples. Si la meta distributiva es la igualdad, entonces la construcción de índices para evaluar o comparar distribuciones del ingreso debe partir del patrón de igualdad como estado ideal. Sólo el caso de Rawls conduce a una conclusión diferente, que es la de evaluar las distribuciones del ingreso por referencia a la posición de los menos favorecidos, es decir, a la posición de los individuos del menor ingreso.

Con estos antecedentes, es posible examinar cómo las fórmulas de los índices recogen los conceptos normativos. En este capítulo se examinan los principios básicos para incorporar en un índice sus propiedades descriptivas mínimas. Para ello, se parte del caso más simple, que es el de dos ingresos individuales. Este caso difícilmente permite la aplicación empírica, pero sí ilustra los conceptos básicos, para luego extenderlos a situaciones más complejas.

Consideremos una situación en la cual dos individuos reciben ingresos monetarios  $Y_1$ , y  $Y_2$ , cuya suma total es  $Y$  ( $Y_1 + Y_2 = Y$ ) En términos geométricos, ambos ingresos pueden representarse en un plano, como el que aparece en la gráfica 3.1, en el cual el ingreso del individuo 1 se mide sobre el eje horizontal, y el del individuo 2 sobre el eje vertical. El punto A representa la distribución  $Y_1 = 20$ ,  $Y_2 = 80$ , de un ingreso total de 100 unidades monetarias, digamos pesos. Cada punto del plano es una distribución del ingreso.

En esta gráfica, cada punto sobre la línea M-S representa una combinación diferente del mismo ingreso total; en cada punto la suma de los dos ingresos es siempre la misma, en este caso 100 pesos. El punto M representa el caso en el cual el individuo 2 recibe todo el ingreso, y el punto S el caso opuesto. El segmento M-A contiene las combina-



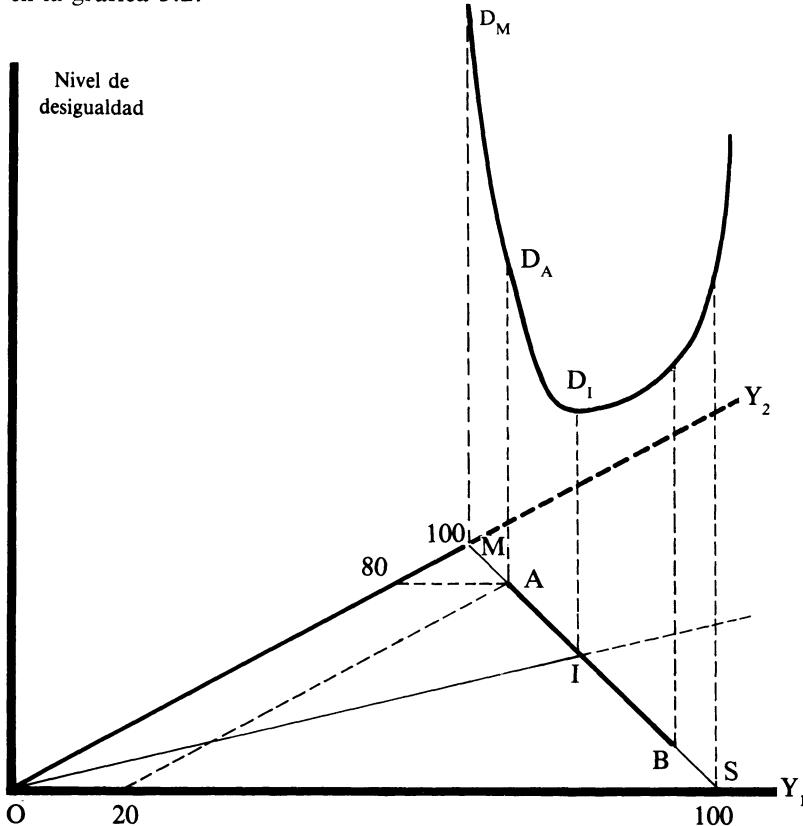
GRÁFICA 3.1

Plano de distribuciones entre dos individuos.

ciones de ingresos en las que el individuo 1 percibe menos de 20 pesos. El punto I corresponde a la situación en la que los dos ingresos son iguales, es decir, de 50 pesos cada uno. En general, la diagonal O-I-D contiene todas las combinaciones de ingresos totales en el caso de igualdad; el ingreso total es creciente a medida que se asciende sobre esta diagonal. Las líneas paralelas a M-S, como X-Y o F-G, representan cada una todos los repartos posibles de ingresos totales fijos, donde estos últimos están representados por las distancias del origen a las intersecciones de esas líneas con los ejes (como O-M u O-S).

Si lo que queremos es medir la desigualdad mediante un índice, la fórmula de éste debe tener cierto comportamiento que podemos definir por inspección directa sobre una línea de ingresos constantes, y éste es el caso más simple. Sobre cualquiera de estas líneas como la del ejemplo, la desigualdad debe decrecer al redistribuir ingreso a favor del individuo 1, a partir de cualquiera que sea el valor que tenga en el punto A, hasta llegar a un mínimo en el punto I, donde ambos ingresos son iguales. Podríamos exigir que en este punto el nivel de desigualdad

gualdad sea nulo, por lo cual requeriríamos que la fórmula del índice diera un valor de cero cuando los ingresos son iguales, aunque este requisito no es necesario; dónde fijar el origen de la escala es sólo una cuestión de conveniencia. Por razones análogas, la desigualdad en las combinaciones de ingresos de todo punto sobre el segmento A-M deberá ser mayor que en el punto A. En general, cualquier índice de desigualdad que apliquemos a los puntos de una línea de ingreso constante deberá ser una magnitud decreciente desde un máximo en el punto M hasta un mínimo en el punto I. Sobre una línea de ingreso constante, cualquier medida de la diferencia de ingresos deberá ser mayor mientras más alejados de la diagonal estén los puntos. Esta relación entre desigualdad y cada combinación de ingresos puede apreciarse mejor en la gráfica 3.2.



### GRÁFICA 3.2

En este diagrama tridimensional, la desigualdad de cada combinación de ingresos se mide sobre el eje vertical, y el plano horizontal contiene las combinaciones de ingresos, es decir, es lo mismo que la gráfica 3.1. Podemos ver de nuevo por inspección directa, qué niveles de desigualdad tiene cada reparto de ingreso y asignarlo a cada punto, con el único requisito de que esos niveles señalen sólo el *orden* o posición de la desigualdad.

Supongamos que a la combinación representada por el punto A, asignamos un valor positivo cualquiera  $D_A$  a la desigualdad. La desigualdad en el punto M es máxima, y mayor que en A, ya que en ese punto el individuo 2 recibe todo el ingreso (100 pesos), y el individuo 1 recibe cero. Por lo tanto al punto M debemos asignar un número  $D_M$  cualquiera mayor que  $D_A$  y mayor que el de cualquier otro punto. Por razones semejantes, al punto I asignaremos un número  $D_I$ , menor que todos los anteriores. En el punto I la desigualdad es nula, y por lo tanto el nivel de desigualdad que muestre el índice deberá decrecer entre M y A y entre A e I. Nótese que el valor de la desigualdad en el punto M es máxima, y nula en el punto I, pero no es necesario que los números que asignemos a esos puntos sean infinito y cero, respectivamente. Lo anterior se debe a que sólo buscamos poner los niveles de desigualdad en una escala ordinal. El comportamiento descendente de la desigualdad entre M e I puede representarse por una forma curva (cónica o convexa) o lineal de niveles de desigualdad; la *única* condición a cumplir es que los valores sean decrecientes de M a I. La diferencia entre el caso lineal y el no lineal será examinada después.

De esta simple inspección, llegamos a la conclusión de que para el caso más simple de ingreso constante, debemos seleccionar de entre las fórmulas  $F(Y_1, Y_2)$ , aquéllas cuyo valor descienda cuando se transfiere ingreso de uno mayor a uno menor, y que aumente en caso contrario. Al reducirse  $Y_2$  y aumentar  $Y_1$ , el valor de F deberá descender si  $Y_2$  es mayor que  $Y_1$ , como en el ejemplo. Con esta condición, y la de simetría que veremos luego, se garantiza además que la fórmula adopte un valor mínimo cuando los ingresos son iguales.

La regla anterior se conoce como condición de Pigou-Dalton o criterio de preferencia por la igualdad. Es la condición descriptiva obvia que se impone a las fórmulas para que capturen cualquier disparidad de las magnitudes; su connotación normativa tiene que ver con el supuesto de que la igualdad es justa, pero coincide totalmente con la intención descriptiva, ya que podemos aplicarla igualmente a circunstancias donde la igualdad no sea la regla.

### Simetría

En la misma gráfica 3.2 vemos que al pasar de I a B, la desigualdad debe ser de nuevo creciente, aunque el sentido se invierte. En el punto B, el individuo 1 tiene el ingreso original (80 pesos) del individuo 2 y viceversa. El pobre es ahora el rico. Desde el punto de vista descriptivo, de capturar simplemente que los ingresos son diferentes, el nivel de desigualdad en B debe ser el mismo que en A, y en tal caso la forma de la curva o línea de niveles de desigualdad debe ser simétrica con respecto al punto I. Si añadimos la condición de simetría, la disparidad entre los ingresos será de la misma magnitud en ambos casos y, en general, será la misma en cada pareja de puntos colocados simétricamente con respecto a la diagonal de igualdad. No hay una razón *descriptiva* para asignar un valor distinto a la desigualdad de las distribuciones A y B, o de cualquier otra pareja simétrica; si sólo queremos hablar de desigualdad, no hay razón por la cual su magnitud (ordinal) deba ser diferente cuando el individuo 1 es el rico y el 2 el pobre, de cuando sucede lo contrario. Es por este argumento que las fórmulas de los índices se seleccionan de tal modo que cumplan con esta condición de dar el mismo nivel de desigualdad para todas las distribuciones simétricas con respecto a la diagonal de ingresos iguales.

El supuesto de simetría parece razonable cuando lo único que se busca es medir diferencias de ingresos, pero no lo es tanto al considerar su significado en términos de bienestar. Suponer simetría equivale a adoptar el principio de dar tratamiento igual a iguales; significa anonimato de los individuos cuya desigualdad de ingresos queremos evaluar, sin importar *quiénes* son los propietarios del ingreso. Suponer simetría significa que no nos interesa quién es el que tiene el ingreso mayor o el menor, sino sólo que los ingresos son diferentes. Pero no es cierto que los individuos sean iguales, o que desde el punto de vista del bienestar debamos considerarlos así. Por ejemplo, un individuo paralítico necesita medios de transporte más costosos; en algunas regiones el clima artificial es un lujo superfluo, pero en otras una necesidad; la población infantil tiene necesidades de bienes y servicios diferentes que la adulta, la adolescente o la de edad avanzada; las necesidades de vivienda, transporte, vestido y alimentación difieren entre regiones; las necesidades de servicios de salud también. Por otra parte, hay actividades de producción llenas de comodidades, y actividades extenuantes que afectan la salud o la vida.

El problema que surge de estos hechos es complejo. Sin duda todo

criterio o teoría de justicia será incompleto si deja a un lado estas consideraciones que afectan tanto el supuesto de preferencia por la igualdad como el de simetría. Para tomarlas en cuenta habrá que imponer a las fórmulas condiciones mucho más elaboradas. Para incorporar la idea de dar trato igual a iguales, los individuos o familias a los que se refiere la distribución deberán ser comparables; la única diferencia relevante entre ellos deberá ser el ingreso. De otro modo tendremos que interconstruir en las fórmulas los criterios por los cuales los ingresos de unos individuos tienen que ser mayores que los de otros.

En términos algebraicos, el supuesto de simetría significa que la fórmula debe ser tal que su valor resulte el mismo sin importar el orden de sus argumentos, en este caso los ingresos:

$$F(Y_1, Y_2) = F(Y_2, Y_1)$$

En el caso general de  $n$  individuos, la fórmula debe dar el mismo resultado con cualquier permutación de los ingresos entre los individuos:

$$F(Y_1, Y_2, \dots, Y_n) = F(\text{Toda permutación de los ingresos})$$

Las consideraciones anteriores, de índole estrictamente descriptiva, llevan a que la fórmula de todo índice de desigualdad debe cumplir con dos requisitos mínimos:

Condición de Pigou-Dalton: la fórmula debe dar un valor menor cuando se transfiere ingreso de un individuo a otro cuyo ingreso es menor, y

Simetría: la fórmula debe dar el mismo resultado cuando los individuos se permutan entre niveles de ingreso

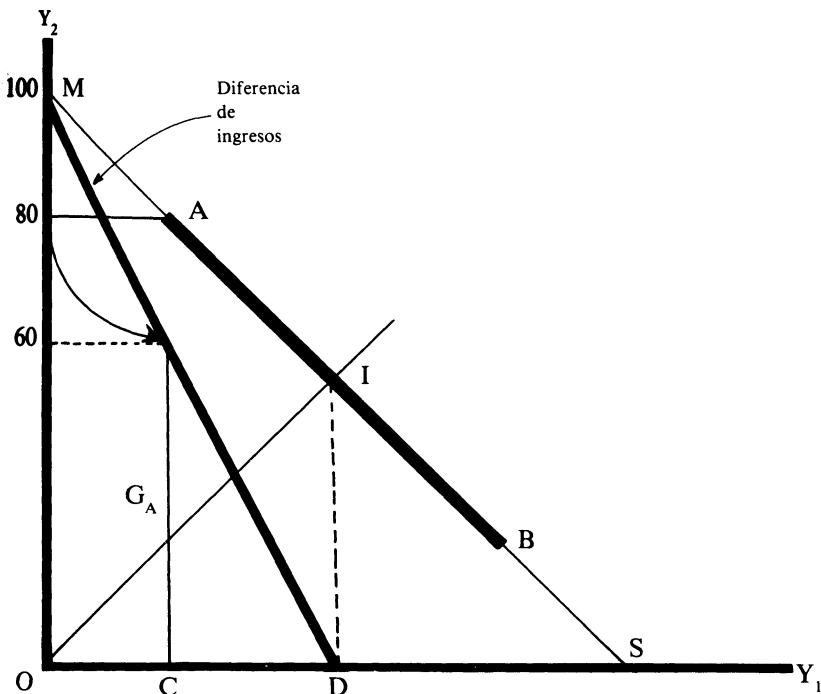
### *Ejemplos*

No todas las fórmulas cumplen con las condiciones de preferencia por la igualdad y simetría, aunque algunas son fáciles de adaptar a esos supuestos. Los ejemplos a continuación son los más simples; son a la vez el origen de muchos índices conocidos.

*Diferencia.* El primero es la diferencia simple entre los dos ingresos:

$$g = Y_2 - Y_1 = 80 - 20 = 60 \text{ pesos}$$

Cuando se transfiere ingreso del mayor al menor, la diferencia se reduce. Su valor máximo es el ingreso total y su valor mínimo es cero.



GRÁFICA 3.3.

La diferencia se reduce entre los puntos M e I de la gráfica 3.2; sin embargo, se vuelve negativa al pasar del punto I, y por lo tanto no cumple con la condición de simetría. Para hacer que la cumpla hay que tomar siempre la resta del ingreso mayor al menor, es decir, el valor absoluto de la diferencia:

$$G = Y_{\text{mayor}} - Y_{\text{menor}} = | Y_1 - Y_2 |$$

Las barras indican, como es usual, el valor absoluto de la expresión que encierran. En términos gráficos, la diferencia es la altura neta desde el eje vertical. Al sustituir el ingreso constante Y, la fórmula se convierte en:

$$G = | Y - 2Y_2 |$$

La gráfica 3.3 ilustra la idea con el ejemplo de un ingreso total de 100 pesos. El valor de la diferencia de cualquier pareja de ingresos so-

bre M-I es la distancia entre la horizontal y la línea M-D. El valor de la diferencia para el caso del ejemplo es  $G_A = 60$ . Nótese que la gráfica de  $G$  es lineal.

*Cociente.* Otra manera de medir la desigualdad sería tomando el cociente del ingreso del individuo 2 al individuo 1.

$$d = Y_2/Y_1 = 80/20 = 4 \text{ veces el ingreso menor.}$$

Vemos que el valor de  $d$  se reducirá si el individuo 2 transfiere ingreso al otro. En el caso de igualdad el cociente sería 1; el cociente cumple con la condición de Pigou-Dalton y su valor no es nulo en el caso de igualdad.

Sin embargo, el valor de  $d$  se reduce hasta llegar a cero en el punto S, por lo cual el cociente no cumple la condición de simetría; a menos que se imponga la condición de que el ingreso mayor siempre quede en el numerador. Añadir esta condición hace que la fórmula del cociente se convierta en lo siguiente:

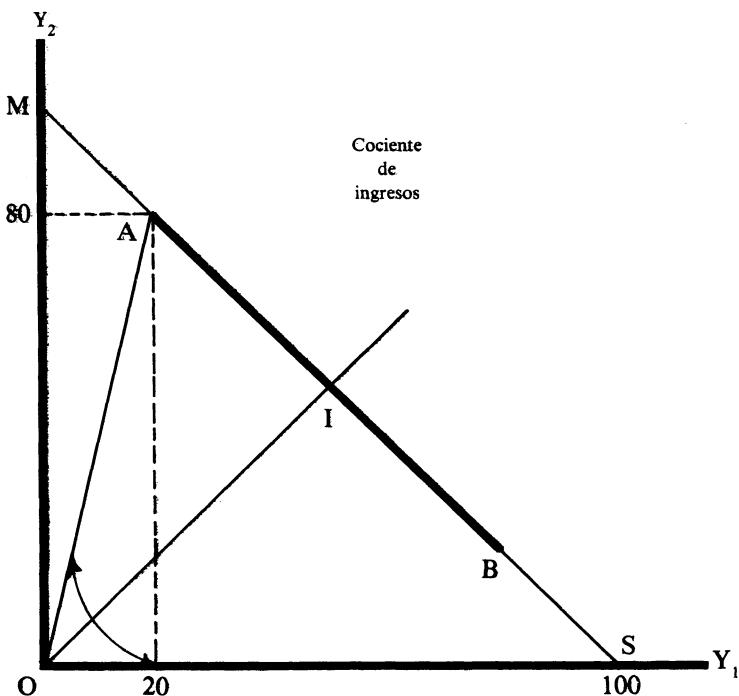
$$D = \exp \left| \log(Y_1) - \log(Y_2) \right|,$$

donde  $\exp$  y  $\log$  son el antilogaritmo y el logaritmo (de cualquier base), respectivamente. Todo lo que se ha hecho con la fórmula del cociente es un artificio para obligar a que el ingreso menor quede siempre en el denominador. El cociente de ingresos gráficamente es la pendiente o inclinación de la línea que une el origen con el punto A, o con cualquiera sobre la línea M-S. Su valor máximo es infinito (en los puntos M y S) y su valor mínimo es 1 en el caso de igualdad correspondiente al punto I. Para apreciar este hecho, véase la gráfica 3.4.

*Distancia.* Otro ejemplo más de índice de desigualdad es el de la distancia del origen a cualquier punto sobre una línea de ingreso constante, como el punto A. Esta distancia es máxima, e igual al ingreso total, hacia los extremos M y S, donde alguno de los dos individuos tiene todo el ingreso; decrece a medida que los ingresos se igualan, y es mínima entre el origen y el punto I, que es el caso de igualdad. El valor mínimo de la desigualdad no es cero, sino igual al ingreso total dividido por la raíz cuadrada de 2. Esta distancia es siempre positiva, y además es simétrica sin mayor modificación. De acuerdo con el conocido principio pitagórico, dicha distancia es

$$N = (y_1^2 + y_2^2)^{1/2}$$

En el ejemplo, el valor de la distancia al punto (20, 80) sería de  $(20^2 + 80^2)^{1/2} = 82.5$  pesos.

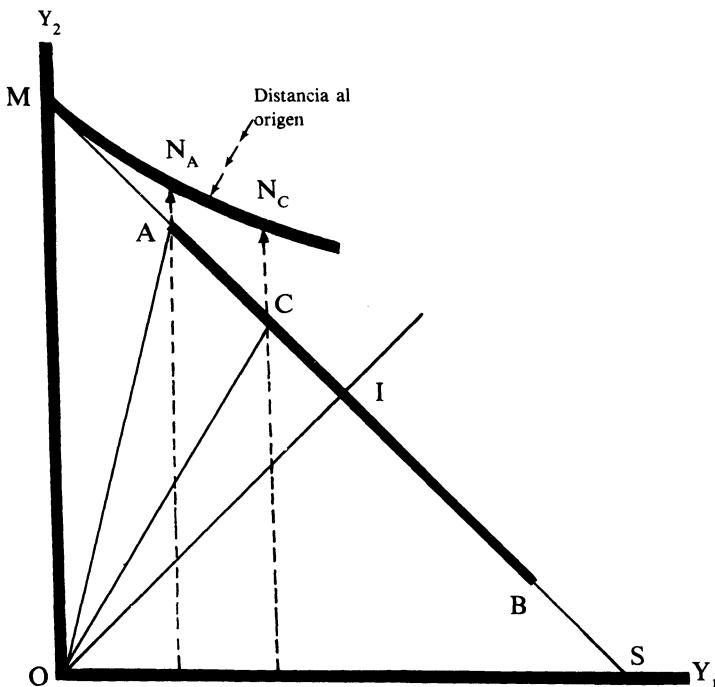


GRÁFICA 3.4

Las características de este índice se aprecian en la gráfica 3.5. Nótese que el cuadrado de la distancia también es interpretable como índice de desigualdad.

Las tres magnitudes anteriores D, G y N cumplen cada una a su modo los requisitos de decrecer al igualarse los ingresos y de simetría. En el caso del valor absoluto de la diferencia, el nivel de desigualdad desciende linealmente cuando se transfiere ingreso del mayor al menor. El cociente de los dos ingresos decrecerá muy rápidamente cuando uno de ellos esté cercano al total y muy lentamente cuando los ingresos sean menos desiguales. La distancia del origen a cada punto o combinación de ingresos desciende sobre una trayectoria hiperbólica desde un valor máximo igual al ingreso total, hasta un mínimo igual a  $Y/\sqrt{2}$  cuando los ingresos son iguales.

De los tres índices anteriores, el primero (el valor absoluto de la diferencia) y el tercero (la distancia del origen al punto A) miden la desigualdad.



GRÁFICA 3.5

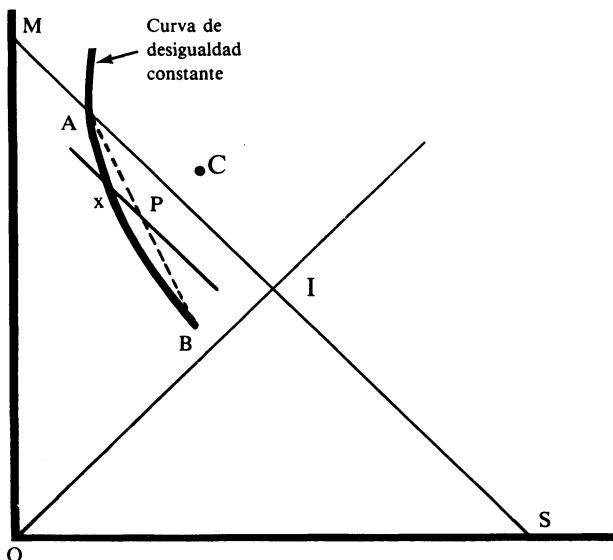
gualdad en términos absolutos, es decir, en unidades de ingreso: en pesos. Cuando la desigualdad se mide en términos absolutos, como en los dos casos de la diferencia absoluta y la distancia al origen, mientras mayor sea el ingreso total distribuido, mayor será el intervalo de variación del índice. El cociente de ingresos, en cambio, es independiente del ingreso total; mide la desigualdad en forma relativa: es el número de veces que el mayor de los ingresos excede al menor, de tal modo que el monto absoluto de los ingresos no importa. Esta propiedad de independencia del ingreso total es al parecer una ventaja, y de hecho muchos autores la señalan como tal. Sin embargo, en el capítulo siguiente veremos cómo el aislar de las comparaciones el ingreso total, o el ingreso medio, sólo se justifica mediante juicios de valor adicionales.<sup>11</sup>

<sup>11</sup> Nótese que en la fórmula del cociente se toman logaritmos y antilogaritmos y, en la distancia, cuadrados y raíz cuadrada. Esta característica, de usar funciones y sus inversas es común a muchos índices.

Estos ejemplos muestran cómo los criterios de medición determinan a qué tipos de fórmulas acudir, de entre todas las formas algebraicas. Los supuestos de desigualdad decreciente y simetría restringen la forma de la curva de niveles de desigualdad. Al añadir más condiciones se reduce el conjunto de posibilidades hasta llegar a formas muy específicas.

### *Convexidad del índice de desigualdad*

Otra manera de apreciar las condiciones anteriores es buscando los puntos en el plano de ingresos de la gráfica 3.1 donde la desigualdad es la misma. Para encontrar estos puntos hay que abrir la posibilidad de comparar distribuciones donde los ingresos totales sean diferentes, ya que sabemos que sobre las líneas de ingreso total constante la desigualdad varía; sobre las líneas de ingresos constantes no hay dos puntos con el mismo nivel de desigualdad. La gráfica 3.6 muestra esta situación. La desigualdad decrece sobre la línea M-S y el ingreso en C es mayor que en A y que en B. Para encontrar puntos donde la desigualdad sea la misma que en A debemos entonces suponer que cualquier movimiento hacia la diagonal, es decir, hacia donde la desigualdad dis-



GRÁFICA 3.6

minuye, tendrá mayor desigualdad, pero sólo a cambio de una reducción en el ingreso que cancele el descenso en la desigualdad. Las curvas de desigualdad constante deben tener, entonces, la forma convexa que muestra la curva A-B en la figura. Este argumento especifica la curvatura del índice en todo el plano de distribuciones y no sólo sobre líneas de ingreso constante.

Lo anterior es equivalente a afirmar que la desigualdad del promedio de dos distribuciones será siempre menor que la mayor de las desigualdades de esas distribuciones. Por ejemplo, si en la gráfica 3.6 los puntos A y B tienen la misma desigualdad, al obtener una distribución que sea un promedio de las dos, como la del punto P, la desigualdad en ese punto tendrá que ser menor (o en el caso extremo igual) a la de A o B. Por ejemplo, si A es el reparto (20,80) y B el reparto (30,40), el punto P podría ser la distribución promedio  $(25,60) = [(20 + 30)/2, (80 + 40)/2]$  cuya desigualdad será menor (o cuando mucho igual) que la de A o B. El lector puede verificarlo al observar que sobre la línea de ingreso constante correspondiente a P, la desigualdad en el punto X tendrá que ser mayor que en P.

Al especificar el comportamiento del nivel de desigualdad, vimos que éste podría ser lineal, como en el caso de la diferencia, o curvo, como en el caso del cociente. La importancia de la forma de la curva o de la superficie de niveles de desigualdad es la siguiente. Si a partir del caso de igualdad, sobre una línea de ingreso constante, transferimos ingreso de uno de los ingresos al otro, la desigualdad aumentará y, desde luego, un ingreso se reducirá a cambio del otro. Cuando la desigualdad es pequeña, esperaríamos que el efecto de una transferencia fuese pequeño, y grande cuando la desigualdad es alta. La razón puede apreciarse porque cuando la desigualdad es alta, el ingreso de uno de los individuos es muy bajo; de tal modo que el efecto de una transferencia regresiva más tendría mayor impacto. Por lo tanto, el comportamiento del índice sería sobre una curva, de modo que una misma transferencia cambiara más la desigualdad cuando ésta es alta que cuando es baja. Esta especificación es de nuevo la característica de convexidad señalada en los párrafos anteriores.

Toda esta especificación de la curvatura de la superficie de desigualdad, corresponde a los conceptos matemáticos de convexidad y cuasi-convexidad de las funciones de desigualdad. Dicho en términos un poco más formales, convexidad del índice de desigualdad significa que la desigualdad del promedio de dos distribuciones A y B cualesquiera ha de ser siempre menor, o en el caso extremo igual, al promedio de las

desigualdades de A y B. La condición es estricta si se exige que la desigualdad sea estricta, si se excluye “en el extremo igual a”. La condición de cuasiconvexidad significa, por su parte, que la desigualdad del promedio de A y B debe ser menor, o en el extremo igual, que la máxima de las dos desigualdades. La condición de cuasiconvexidad es más débil que la de convexidad, pero la idea es la misma. La condición de cuasiconvexidad e ingreso total constante es todavía más débil que la anterior, y se conoce como convexidad Schur, o convexidad S. Estos tecnicismos son útiles en la aplicación del cálculo diferencial y otros métodos matemáticos al estudio de las propiedades de las fórmulas de desigualdad, que no serán discutidos en este libro.<sup>12</sup>

Lo explicado hasta aquí intenta mostrar que la desigualdad, en la acepción usual del término como disparidad de magnitudes, consta de las dos características descritas: es función decreciente de las diferencias y es un atributo simétrico. Estas condiciones mínimas definen el ámbito descriptivo, y dejan muchas cuestiones sin aclarar: entre otras cosas, no dicen cómo comparar la desigualdad entre dos situaciones en las que el ingreso total o la población no son iguales. En la gráfica 3.2, por ejemplo, todas las comparaciones de desigualdad se hicieron entre distribuciones sobre líneas de ingreso total constante, y la “población” en todos los casos es de dos individuos. La condición de cuasiconvexidad es sólo el primer paso para especificar el sentido de la comparación de desigualdades entre ingresos medios diferentes.

Para dar al análisis de la desigualdad un mínimo de posibilidades prácticas es indispensable atender estas cuestiones, para lo cual conviene examinar el caso de tres individuos, que incorpora al problema de medir la desigualdad varias complicaciones importantes.

### *Transferencias progresivas y regresivas*

Al examinar el caso de tres individuos, la comparación de niveles de desigualdad se complica en varias direcciones. Por ejemplo, si tratáramos de utilizar las fórmulas de cocientes, diferencias absolutas o distancia anteriores, vemos que ahora hay tres diferencias, tres cocientes, o tres distancias, según el caso. Si la población es de millones de individuos, como es en realidad, las comparaciones de desigualdad se vuel-

<sup>12</sup> El origen de estas propiedades de las funciones de desigualdad en relación con su curvatura, es el afán de introducir las propiedades mínimas posibles. El análisis de las propiedades de las funciones se vuelve complejo y de difícil interpretación. El lector interesado puede acudir a Kolm [41].

ven inmanejables por medio de la inspección de todas las diferencias, cocientes o de todas las distancias posibles, aun cuando la población y los ingresos se resumieran en grupos o estratos. Es así como surge la necesidad de buscar alguna forma de promediar estas magnitudes, si queremos medir la desigualdad en un solo indicador. Veamos el caso con el ejemplo siguiente de tres individuos:

CUADRO 3.1

Individuo (1)	Ingreso (2)	Diferencia (3)	Promedio (4)
1	$y_1 = 20$	$2-1 = 15$	27.5
2	$y_2 = 35$	$3-2 = 10$	40.0
3	$y_3 = 45$	$1-3 = 25$	32.5
Suma o promedio		50	33.3

En este ejemplo de tres personas, cuyo ingreso total es 100 pesos, las diferencias posibles entre los ingresos (tercera columna) suman 50 pesos. Podríamos tomar este número como índice de desigualdad absoluta, o bien podríamos promediarlo, dividiendo la suma por tres, y decir: la desigualdad de ingresos entre los individuos es de  $50/3 = 16.7$  pesos. Ésta parece ser la forma más razonable para extender la diferencia aritmética a este caso, o a otros donde intervengan más individuos. Sin embargo, al hacerlo introducimos un nuevo juicio de valor.

En el caso de dos individuos, la diferencia siempre se reduce cuando se transfiere ingreso del mayor al menor. Para ver si en el caso de tres individuos la suma de diferencias se reduce cuando se igualan los ingresos, hay que señalar primero que la tercera diferencia, entre los ingresos 1 y 3, es siempre la suma de las dos primeras. Las dos primeras diferencias toman automáticamente en cuenta a la tercera, que es la diferencia entre el ingreso máximo y el mínimo. Si se transfiere ingreso, digamos 1 peso, del individuo 3 al 2, la diferencia entre estos dos disminuye, la diferencia entre el 1 y el 2 aumenta, y la suma de las dos diferencias disminuye. Algo semejante resulta de una transferencia del ingreso 2 al 1 o del 3 al 1. Otro hecho que se observa es que una transferencia del ingreso más alto al más bajo equivale a *dos* transferencias de ingresos contiguos. Por esta razón, las dos diferencias de ingresos contiguos capturan automáticamente las transferencias entre los extremos. La suma de diferencias cumple así con la condición de que su

## CUADRO 3.2

	<i>Distribución</i>	
	<i>original</i>	<i>después de la transferencia</i>
	20	19
	35	37
	45	44
Suma de diferencias	50 pesos	50 pesos
Promedio de cocientes	1.71	1.74
Distancia	60.4 pesos	60.5 pesos

valor se reduce al transferir ingreso de uno mayor a uno menor, ya sea del 2 al 1, del 3 al 2 o del 3 al 1, donde esta última transferencia equivale a dos. A las transferencias de ingresos mayores a menores suele llamárseles progresivas, y regresivas a las de sentido opuesto.

Pero véase que ahora existe la posibilidad de que ocurran transferencias en ambas direcciones, de un ingreso mayor a otro menor, y de uno menor a otro mayor. Por ejemplo, si se transfiere un peso del ingreso alto al ingreso medio, y un peso del ingreso bajo al ingreso medio, la suma de diferencias resultante es también de 50 pesos, igual que en el caso original. El cuadro 3.2 muestra lo que sucede con las diferencias, los cocientes y las distancias en cada caso.

De acuerdo con la suma de diferencias, la desigualdad es la misma antes y después de las transferencias, pero la distribución resultante es distinta. El pobre es más pobre, y el rico menos rico de tal manera que la desigualdad total permanece en el mismo nivel. Si aplicamos la suma de diferencias como índice de desigualdad, aceptaríamos dar el mismo peso a transferencias regresivas y a progresivas. Cuando unas y otras se cancelen, la suma de diferencias no registrará cambio alguno. El cociente y la distancia registran en cambio un aumento en la desigualdad. Vemos así que al ocurrir transferencias mixtas, el resultado depende de la fórmula.

Las tres fórmulas registran cambios inequívocos en la desigualdad sólo si las transferencias ocurren en una sola dirección, es decir, si ocurren transferencias regresivas puras (la suma se eleva) o progresivas puras (la suma se reduce). Cuando ocurren transferencias mixtas la suma de diferencias registra un descenso o un aumento, según que el saldo

neto resulte en favor de uno u otro tipo de transferencias, aunque otros índices darán, en general, resultados diferentes.

Dos distribuciones del ingreso diferentes pueden entonces dar lugar a la misma suma de diferencias o al mismo cociente. Al comparar dos casos, sólo podemos estar seguros de que la suma de diferencias no será la misma cuando una de las distribuciones se obtiene de la otra a través de transferencias puras, ya sean regresivas o progresivas. Para interpretar la suma de diferencias es indispensable verificar la relación entre las dos distribuciones en el sentido de las transferencias. La suma de diferencias, o cualquier índice que se base en ella, sólo permitirá distinguir niveles de desigualdad coincidentes con los de todos los índices que cumplen con los criterios de Pigou-Dalton y de simetría, si las distribuciones son comparables en el sentido de que unas se obtienen de otras mediante transferencias puras.

### *Orden parcial y orden completo*

Una infinidad de distribuciones distintas pueden tener una misma suma de diferencias; son todas aquellas que se obtienen mediante transferencias mixtas, cuyo saldo es cero (ingreso total constante). La suma de diferencias sólo permite formar un orden parcial de las distribuciones de acuerdo con su nivel de desigualdad, en el sentido descriptivo. Permite, asimismo, distinguir distribuciones más desiguales de otras menos desiguales, sólo si cualquiera de esas distribuciones se obtiene de las demás mediante transferencias regresivas puras o progresivas puras. Cada distribución comparable forma parte de una familia infinita de distribuciones, cuya suma de diferencias es la misma. La suma de diferencias clasifica entonces familias o clases de distribuciones, donde cada clase contiene todas aquellas distribuciones cuyas sumas de diferencias son iguales. La suma de diferencias no permite poner a *todas* las distribuciones en orden de desigualdad; el orden resultante es parcial, no completo. El argumento se ha ilustrado tomando la suma de diferencias como índice de referencia, pero puede hacerse con cualquier otro índice.

En resumen, si tenemos una distribución cualquiera, podemos convertirla en otra más desigual, o menos desigual, mediante transferencias regresivas o progresivas, respectivamente. En tal caso, las fórmulas que cumplen con los criterios de simetría y preferencia por la igualdad indicarán un cambio inequívoco en una dirección o en otra. Sin embargo, cuando de esa distribución formamos otra mediante transferen-

cias mixtas, los dos criterios anteriores darán resultados opuestos según la fórmula a la que se acuda. En la suma de diferencias de ingresos, cuando las transferencias en una dirección cancelan a las transferencias en la otra, la fórmula indicará que no hubo cambio alguno en la desigualdad. Sin embargo, si aplicamos otra fórmula, por ejemplo la del cociente o la de la distancia, el resultado será diferente. Al comparar los niveles de desigualdad de dos distribuciones, el resultado será concluyente sólo si se verifica que una de ellas sea una transformación progresiva pura o regresiva pura de la otra. Este hecho depende directamente de la *forma* de las distribuciones, no de la fórmula de desigualdad.

### *Orden de Lorenz*

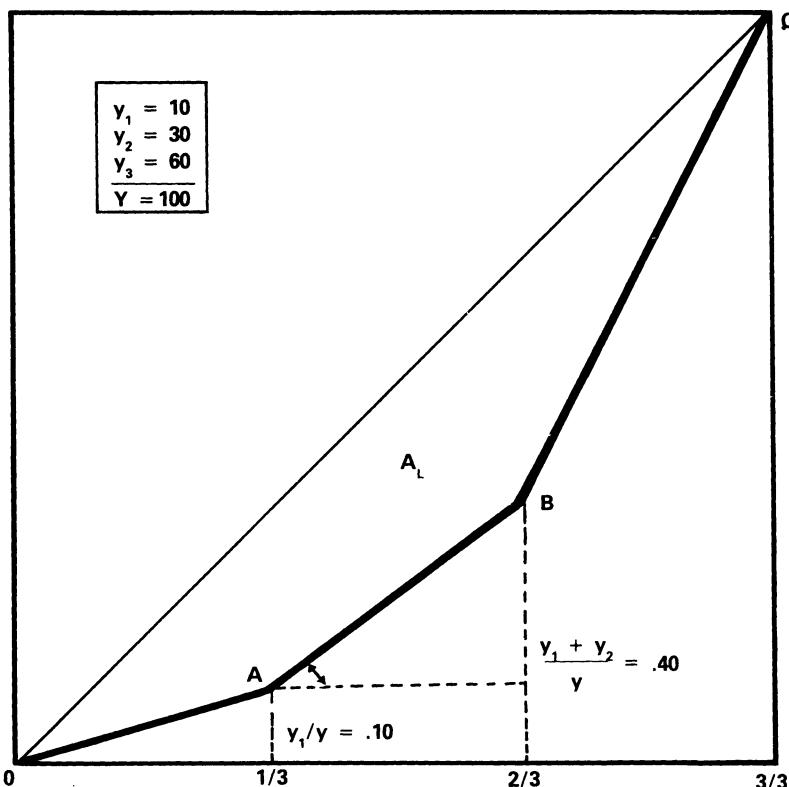
Además del procedimiento de inspección directa de las distribuciones, hay formas más expeditas para examinar la relación entre una distribución y otra desde el punto de vista de las transferencias. La más conocida es el criterio de la curva de Lorenz, que es la relación entre las proporciones acumulativas de población y las proporciones acumulativas de ingreso, con los ingresos ordenados de menor a mayor, tal como muestra el diagrama 3.7 para el caso de tres individuos.

En este diagrama se observa directamente que cuando los tres ingresos son iguales, la curva de Lorenz coincide con la diagonal, ya que a cada proporción de población corresponde la misma proporción del ingreso. La distribución será desigual en la medida en que su curva de Lorenz se aleje de la diagonal. El lector encontrará, por inspección de la gráfica, que la curva de Lorenz siempre queda por debajo de la diagonal cuando los ingresos están ordenados de menor a mayor, y por encima de la diagonal en el caso contrario. Por otra parte, la inclinación de los segmentos de la curva siempre es creciente si los ingresos están ordenados de menor a mayor, y decreciente cuando el orden es el opuesto.

La inclinación de cada segmento, por ejemplo el AB, es el cociente

$$(y_2/\bar{Y})/(1/3) = (Y_2/1)/(Y/3) = y_2/\bar{y} = 30/33.3$$

que es la relación entre el ingreso 2 y el ingreso promedio. En general, la inclinación de cada tramo, o cada punto en el caso continuo, es el cociente de cada ingreso y el ingreso medio general. Mientras más inclinación tenga cada segmento, mayor será el ingreso correspondiente relativo al promedio general. Cuando un segmento tiene la misma pendiente que la diagonal, es decir 1, el ingreso correspondiente es igual



GRÁFICA 3.7

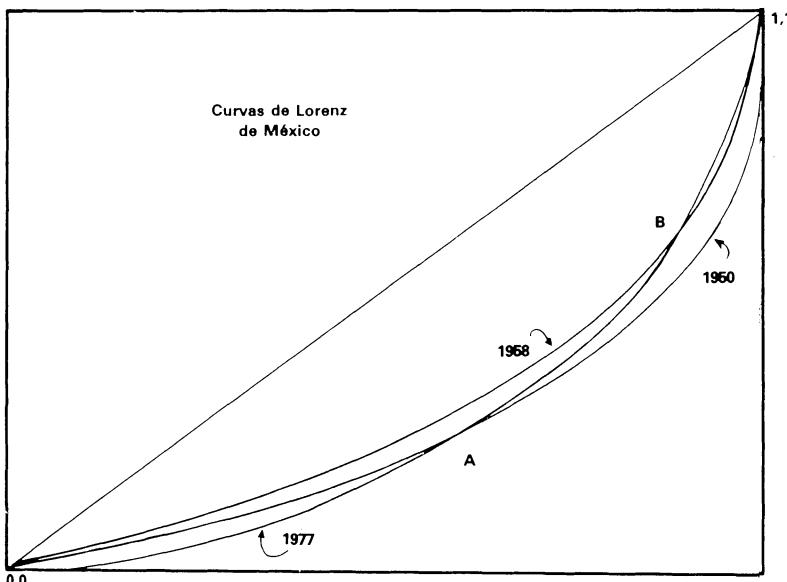
al ingreso promedio. Por ejemplo, la inclinación del tramo 0-A comparada con la del tramo B-C indica que el primer ingreso es menor que el promedio, y el último mayor que el promedio. La curva de Lorenz se construye con las proporciones de ingreso y población, y por lo tanto aísla el efecto del ingreso total; refleja solamente la estructura de la distribución.

Cuando dos curvas de Lorenz correspondientes a dos distribuciones no se cortan, una distribución puede obtenerse de la otra mediante un conjunto de transferencias puras, regresivas o progresivas. Esto sucede porque al transferir ingreso de uno mayor a otro menor entre dos ingresos contiguos, se eleva la inclinación del segmento correspondiente al ingreso menor y se reduce la del segmento correspondiente al ingre-

so que se redujo. Ésta es la condición equivalente explicada antes. La curva de Lorenz ofrece así un medio simple de inspección: para ver si dos distribuciones son comparables con los criterios de transferencias y simetría, basta con verificar que las curvas de Lorenz correspondientes no se corten.

Las distribuciones que quedan encerradas unas dentro de otras, sin intersectarse, definen el llamado orden de Lorenz, que permite afirmar, sin ambigüedades, que las que están más cerca de la diagonal son menos desiguales que las más alejadas. Se dice que una distribución domina a la otra en el sentido de Lorenz, cuando su curva de Lorenz está más cerca de la diagonal, y las curvas no se intersectan.

Para exemplificar este argumento, se presenta la gráfica 3.8, que contiene las curvas de Lorenz de las distribuciones del ingreso de México para los años de 1950, 1958 y 1977. Se aprecia en la gráfica que la curva correspondiente a 1950 queda en todos sus puntos más alejada de la diagonal que la de 1958. Sin embargo, la curva correspondiente a 1977 corta a las otras dos. Por lo tanto, podemos inferir que la desigualdad en 1950 fue mayor que en 1958, pero no podemos afirmar nada acerca de la comparación entre 1977 y estos dos últimos años, a



GRÁFICA 3.8

menos que incorporemos supuestos adicionales a los de transferencias y simetría.

La comparación de distribuciones puede hacerse poniendo los ingresos acumulados, sin convertirlos a proporciones del total. La curva resultante se llama curva de concentración. Sin embargo, en este caso el dominio de una curva sobre la otra debe cumplir además la condición de que el ingreso por individuo de la curva que domina sea mayor o igual que el de la otra.<sup>13</sup>

El equivalente algebraico de la comparación de curvas de Lorenz es que la suma de las proporciones de ingreso de una distribución se acumulen más rápidamente que los de otra; es decir, la distribución A domina a la distribución B en el sentido de Lorenz, si se cumple que

$$\sum_{i=1}^K q_i^A \geq \sum_{i=1}^K q_i^B$$

para todo  $k$  desde  $k = 1$  hasta  $n$ .

Lo anterior, en palabras, significa que si obtenemos los valores acumulativos de los ingresos para ambas distribuciones, con los ingresos ordenados de menor a mayor, los valores acumulados de A deben siempre exceder o cuando mucho ser iguales a los de B.

El área comprendida entre la curva de Lorenz y la diagonal es un índice de desigualdad porque mide qué tan alejada de la diagonal está la curva; esta área llamada área de Lorenz, aparece como  $A_L$  en la gráfica 3.7. También, el área  $A_L$  dividida por la del triángulo, que es igual a  $1/2$ , es un índice de desigualdad. De este modo se obtiene el conocido índice de Gini:

$$G = A_L / (1/2) = 2 A_L$$

El área de Lorenz es cero cuando no hay desigualdad, y ocupa todo el triángulo cuando la desigualdad es máxima. El índice de Gini mide entonces la desigualdad relativa como una proporción entre 0 y 100. En el capítulo siguiente se examinarán las propiedades de éste y algunos otros índices.

Las curvas de Lorenz permiten comparar niveles de desigualdad relativa con los principios de preferencia por la igualdad y simetría sin

<sup>13</sup> La función de distribución inversa ofrece algunas ventajas para la inspección de los puntos de corte y el sentido de las transferencias al comparar distribuciones. El lector interesado puede consultar Kolm [41] y Jasso [36].

necesidad de calcular índice alguno. Las curvas de concentración permiten hacer lo mismo en un sentido más general.

### *Ponderación de transferencias*

Queda ahora por examinar qué sucede con aquellas distribuciones cuya suma de diferencias es distinta de otra cuando una distribución se obtiene de la otra mediante transferencias mixtas, y no puras, es decir, comparar distribuciones cuyas curvas de Lorenz se intersectan. Por ejemplo, las sumas de diferencias en las distribuciones (20, 35, 45) y (19, 38, 43) son 50 y 48, respectivamente. De acuerdo con dichas sumas, la primera de estas dos distribuciones es más desigual que la segunda, pero ésta se obtiene de la primera mediante una transferencia regresiva de un peso del ingreso menor al ingreso medio, y de una transferencia progresiva de dos pesos del ingreso mayor al medio. Desde el punto de vista descriptivo no hay mayor problema, porque en efecto las diferencias de magnitudes suman un total menor. Sin embargo, al introducir consideraciones de justicia con relación al ingreso, aceptar la suma de diferencias equivale a dar el mismo peso a una transferencia del ingreso menor al de en medio, que a una transferencia progresiva del ingreso mayor al ingreso medio.

Mediante manipulaciones algebraicas simples es fácil ver lo que sucede. Supongamos que la suma de diferencias se define como:

$$S = a(y_2 - Y_1) + b(y_3 - Y_2) + c(y_1 - Y_3)$$

En esta suma, las diferencias entre los ingresos 2 y 3, los ingresos 3 y 2, y los ingresos 3 y 1, aparecen ponderados con los números  $a$ ,  $b$  y  $c$ , respectivamente; de este modo se captura la idea de dar importancia diferente a las distintas transferencias. La diferencia entre los ingresos 3 y 1, puede eliminarse si se recuerda que dicha diferencia es la suma de las otras dos:

$$y_3 - y_1 = (y_2 - y_1) + (y_3 - y_2)$$

Podemos entonces reducir la fórmula a las dos primeras diferencias, de tal modo que el resultado será el mismo, ya que cualquier cambio en la diferencia entre los ingresos 1 y 3 se refleja siempre en las otras dos. Si hacemos a un lado la diferencia entre los ingresos 3 y 1, en el caso de la suma simple de diferencias,  $a$  y  $b$  son iguales a 1.

Veamos ahora qué sucede al dar a las ponderaciones  $a$  y  $b$  de las

CUADRO 3.3

Distribución	Diferencias									
	a 1	b 1	a 2	b 1	a 3	b 1	a 1	b 2	a 1	b 3
20,35,45		25		40		55		35		45
19,38,43		25		43		61		32		39

primeras dos diferencias valores distintos. Una transferencia regresiva eleva la diferencia entre dos ingresos cualesquiera, y la reduce cuando se realiza una transferencia progresiva. Es entonces posible controlar el valor de la suma de transferencias dando más peso a la transferencia regresiva que a la progresiva o viceversa. En el ejemplo anterior, la suma de diferencias era

$$1 \times (35 - 20) + 1 \times (45 - 35) = 25,$$

donde los pesos de la suma son uno para ambas diferencias. Después de una transferencia regresiva de un peso y una progresiva de un peso, la suma quedó en

$$1 \times (37 - 19) + 1 \times (44 - 37) = 25$$

En cambio, si se da una ponderación dos veces mayor a la diferencia entre los ingresos medio y bajo que a la otra diferencia, se obtiene

$$2 \times (35 - 20) + 1 \times (45 - 35) = 40$$

y

$$2 \times (37 - 19) + 1 \times (44 - 37) = 43$$

Resulta ahora que en esta última distribución la suma de diferencias es mayor, y por lo tanto esta distribución quedaría en una posición más alta en la escala de desigualdad definida por la suma de diferencias. El cuadro 3.3 muestra varios resultados con valores alternativos de *a* y *b*.

En este cuadro se aprecia que la suma de diferencias de una de las distribuciones puede hacerse mayor o menor que la de la otra variando la ponderación de las diferencias binarias. Obsérvese además que todas las sumas de diferencias se elevan al crecer las ponderaciones de las diferencias de ingresos bajos (los valores en las columnas para *a* = 2

y 3 son mayores que en las columnas donde  $b$  es igual a 1). La suma registra más desigualdad mientras más peso damos a los ingresos bajos.

El orden de niveles permanece igual entre aquellas distribuciones relacionadas entre sí por una o más transferencias regresivas puras o progresivas puras. El orden de niveles cambia entre distribuciones relacionadas por transferencias mixtas. Cuando una distribución difiere de otra por un conjunto de transferencias puras, su nivel de desigualdad dado por la suma de diferencias es independiente de los pesos  $a$  y  $b$ , mientras éstos sean positivos. Este resultado es válido en general para cualquier índice que cumpla con las condiciones Pigou-Dalton y de simetría; la demostración formal de este resultado es un logro reciente en el análisis de la desigualdad.

Al comparar niveles de desigualdad entre dos distribuciones, los criterios de Dalton-Pigou y de simetría capturan la esencia descriptiva del concepto, pero sólo definen un orden parcial. La suma de diferencias utilizada hasta ahora es sólo ilustrativa del caso general; la conclusión es válida para todo índice que cumpla estrictamente con las condiciones anteriores. Las comparaciones con estos dos principios por sí mismos definen un orden sólo de aquellas distribuciones vinculadas entre sí por transferencias puras: es así como la *forma* de las distribuciones influye sobre la posibilidad de compararlas con los criterios de transferencias y simetría.

Desde un ángulo tal vez más intuitivo, las ideas anteriores pueden plantearse en la forma siguiente. Si en una distribución cualquiera se efectúa una transferencia de un ingreso cualquiera a otro menor, podemos afirmar sin ambigüedades que la desigualdad se reduce. Si la norma de justicia es la igualdad, podemos también afirmar que si se transfiere ingreso del rico al pobre, la desigualdad entre los ingresos será menor en su acepción valorativa; si hay menos desigualdad habrá menos injusticia económica. Sin embargo, cuando ocurren transferencias en ambas direcciones, como es el caso en la mayoría de las situaciones empíricas, la comparación con criterios puramente descriptivos se vuelve ambigua: un número infinito de distribuciones tienen el mismo nivel de desigualdad. Para encontrar el saldo neto de un cambio “justo” mezclado con un cambio “injusto” no bastan los criterios descriptivos de Pigou-Dalton y simetría.

### *Transferencias y niveles de ingreso*

Otra manera de ver lo anterior es en el hecho de que al comparar tres

CUADRO 3.4

	<i>Distribución</i>	<i>Subpoblación</i>		
A	20,35,45	20,35	20,45	
B	20,36,44	20,36	20,44	20,44
C	19,37,44			36,44 19,44 37,44

individuos la situación es análoga a la de comparar la desigualdad entre dos poblaciones de dos individuos, en las cuales los ingresos medios son diferentes, pero el ingreso de uno de los individuos es el mismo en ambas poblaciones. Para ilustrar esta idea, compárense los niveles de desigualdad entre las tres distribuciones del cuadro 3.4, en el cual aparecen tres repartos, con los que se forman dos subpoblaciones de cada uno, donde cada subpoblación consta de dos individuos de los cuales cuando menos uno no es el mismo que en la otra subpoblación. Con los datos de este cuadro podemos afirmar lo siguiente: al comparar las distribuciones A y B, vemos que tienen en común el ingreso de 20 pesos; podemos utilizarlo entonces como base de comparación válida entre las dos distribuciones. Lo mismo podemos hacer con las distribuciones B y C a través del ingreso de 44 pesos. Pero vemos que tal comparación es imposible entre las distribuciones A y C porque éstas no tienen ingreso en común.

Se encuentra de nuevo que, de acuerdo con la suma de diferencias, A es más desigual que B y C es más desigual que B, pero de aquí no podemos inferir la posición relativa de A y C. El orden de la comparación no es transitivo. Más exactamente, podemos concluir que A sea más desigual que C o lo contrario, si seleccionamos la ponderación de diferencias que queramos.

#### *Ponderación decreciente de transferencias*

El orden de un conjunto de distribuciones de acuerdo a los principios de transferencias y simetría es parcial. Si dos distribuciones no son comparables porque difieren entre sí por un conjunto de transferencias mixtas, no regresivas puras o progresivas puras, el orden que se obtiene de la suma de diferencias depende de la elección arbitraria de ponderaciones. Habrá que buscar más criterios si queremos definir un orden completo de las distribuciones, concretamente para decidir qué ponderaciones dar a las diferencias. El criterio más evidente es darles más importancia mientras menor sea el ingreso medio de cada pareja de

ingresos. La intención es abiertamente valorativa, ya que significa dar más relieve a transferir un peso de un individuo de ingresos bajos a otro de ingresos también bajos, que a una transferencia de ingresos altos. El bienestar de un grupo se eleva más al transferir un peso de un empleado con ingresos de 1000 pesos a otro con ingresos de 900, que al transferirlo de un millonario a otro menos millonario.

El criterio de ponderación de transferencias decrecientes con el ingreso sólo indica la dirección, no el monto de las ponderaciones. Al dar mayor ponderación relativa de los ingresos bajos, el nivel de desigualdad se elevará, tal como se vio en los ejemplos anteriores. En el caso extremo el índice se vuelve insensible a transferencias entre ingresos altos y responde sólo a cambios en el ingreso mínimo. Éste es el criterio de Rawls. En el caso opuesto, al comparar distribuciones con ingresos por habitante iguales, el índice no registra desigualdad, aun cuando descriptivamente exista, es decir, aun cuando los ingresos sean en efecto distintos. Para muchos autores, el criterio de ponderación es indispensable en las comparaciones de desigualdad; para otros es cuestionable porque puede oscurecer el sentido descriptivo del índice.<sup>14</sup>

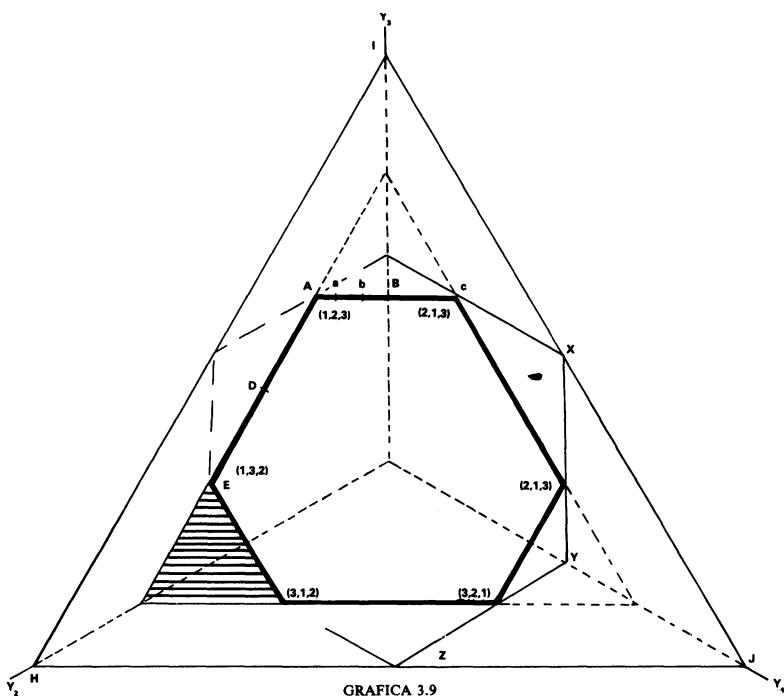
### *Representación gráfica del caso de tres individuos*

Para el caso de tres individuos puede obtenerse una representación gráfica tridimensional de todas las distribuciones posibles asociadas a una distribución dada, tal como se hizo en la gráfica 3.1 para el caso de dos individuos. Supongamos entonces que con la distribución (10,30,60) entre tres individuos, se coloca el punto A que aparece en la gráfica 3.9.<sup>15</sup>

En todos los puntos del triángulo H-I-J, y por lo tanto del hexágono que queda en el mismo plano que el triángulo, el ingreso total es el mismo. La posición de los tres individuos puede permutarse de 6 maneras distintas dando al individuo 1 el ingreso 2, y luego el ingreso 3, etc. De este modo se forma el hexágono que aparece en la gráfica. Las intersecciones con los ejes muestran los casos en los que uno de los tres individuos tiene todo el ingreso (100 pesos) y los otros nada. En el vértice (1,2,3) el individuo 1 es el de mayor ingreso, el 2 el de ingreso medio, y el 3 el de ingreso bajo. Los vértices muestran cada uno de los

<sup>14</sup> En el capítulo V se examina este punto con mayor detalle.

<sup>15</sup> El diagrama de tres individuos ha sido adaptado de Blackorby y Donaldson [9]. Véase también Sen [64], cap. 3.



6 casos posibles. Las aristas por su parte corresponden a distintas distribuciones entre dos de los tres individuos, cuando el ingreso del tercero es constante. Por ejemplo, la arista A-C contiene todas las distribuciones del ingreso entre los individuos 1 y 2, cuando el ingreso de 3 es de 60 pesos.

Si se adopta el criterio de simetría, es decir, que no importe la identidad de quienes perciben los ingresos, la desigualdad será la misma en cada uno de los 6 vértices. Por otra parte, la desigualdad en las aristas es menor que en los vértices, porque cualquier punto de una arista tiene menor desigualdad entre los ingresos de dos de los individuos, mientras que el del tercero permanece constante. Por ejemplo, en el punto B los individuos 1 y 2 tienen ingresos iguales, de  $(10 + 30)/2 = 40/2 = 20$  pesos cada uno, y el ingreso del tercer individuo es de 60 pesos.

Para ver esto con más detalle, el cuadro 3.5 muestra dos distribuciones intermedias, correspondientes a los puntos *a* y *b* del diagrama.

CUADRO 3.5

<i>A</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>B</i>
10	12	16	20
30	28	24	20
60	60	60	60

Hay tres diferencias de ingresos: entre el alto y el bajo, entre el alto y el medio y entre el medio y el bajo. Todos los puntos sucesivos al ir de A hacia B se obtienen de transferencias de ingresos del ingreso medio al bajo; son por lo tanto distribuciones donde la desigualdad entre estos dos ingresos es decreciente; la desigualdad entre el ingreso medio y el alto es creciente, y la desigualdad entre el ingreso bajo y el alto es decreciente. En el punto B la desigualdad es por lo tanto menor que en el punto A, y también lo es en los puntos intermedios. Sin embargo, la desigualdad en el punto B no es nula o mínima, ya que hay todavía disparidades entre el ingreso alto y los otros dos. Mediante un razonamiento análogo puede extraerse la misma conclusión con respecto al segmento A-E. En este último caso, la desigualdad en el punto intermedio D es nula entre los ingresos alto y medio; en ese punto estos ingresos son ambos de 40 pesos y el ingreso bajo es de 10 pesos.

En el interior del triángulo sombreado, el ingreso menor es más grande que el menor de los tres en la distribución original (10 pesos). De acuerdo al criterio de Rawls, las distribuciones en esa región serían preferibles a la original, ya que en todas ellas el ingreso mínimo es mayor.

El diagrama permite interpretar la función de un índice como un procedimiento para definir una región en cuya frontera la desigualdad es la misma que en la distribución original. De este modo, de acuerdo con la suma de diferencias, todos los puntos en el interior de la región del hexágono de desigualdad constante X-Y-Z tendrán menor desigualdad que los que están fuera de él. Cada índice definirá una región con características distintas.<sup>16</sup>

### *Lecturas recomendadas*

Los principios de Pigou-Dalton y simetría pueden verse en el capítulo 1

<sup>16</sup> En términos de este diagrama, las fórmulas de desigualdad lo que hacen es definir una región (cerrada) cuyos puntos interiores tienen menor desigualdad, en el sentido ordinal, que los puntos exteriores. La frontera es el conjunto de puntos de desigualdad constante (o indiferentes desde el punto de vista del índice).

de Sen [64]; en el capítulo 3 de la misma referencia aparece una discusión interesante sobre su significado. En dos importantes trabajos, uno de Dasgupta *et al.* [18] y en Rothschild y Stiglitz [60], aparecen análisis avanzados de estos principios; ambos trabajos contienen algunas de las contribuciones más recientes sobre el tema, que son la base del argumento del capítulo presente.

Sobre el criterio de ponderación de transferencias véase de nuevo Sen [64], capítulo 2, y Kolm [40] y [41]. De estas referencias se han tomado también varios de los conceptos expuestos en el capítulo presente y en los capítulos IV y V. La representación gráfica del caso de tres individuos ha sido adaptada de Blackorby y Donaldson [9]; este último artículo contiene un excelente análisis del significado de los índices de desigualdad en el contexto de las teorías del bienestar. Hamada [34] presenta una excelente discusión, de nivel avanzado, sobre el significado de aditividad aplicado al principio de imposibilidad de Arrow.

## IV

### Normas y fórmulas

#### *Desigualdad y bienestar*

Al incorporar la idea de dar ponderaciones diferentes a las transferencias, las comparaciones de desigualdad dejan de ser un asunto puramente descriptivo. Toda fórmula que cumple con los principios de Pigou-Dalton y de simetría tiene a la vez interconstruidos supuestos que determinan su sensibilidad ante transferencias. Cuando la condición de comparabilidad de Lorenz no se cumple, el sentido de la comparación recae sobre esa sensibilidad. Para definir cuánto más peso dar a unas diferencias de ingreso con respecto a otras, es inevitable acudir a elementos valorativos acerca del bienestar del grupo, a premisas que permitan comparar la posición económica de unos individuos con la de los demás. Al hacer esto, bajo ciertas condiciones que se verán en los párrafos siguientes, la desigualdad se interpretará como una suerte de malestar colectivo; como aprovechamiento inadecuado de los bienes y servicios como vehículos de bienestar material; como una posibilidad más de elevar el bienestar, además de la de elevar la cantidad de bienes y servicios.

Ponderar más las diferencias de ingresos bajos que las de ingresos altos equivale a suponer que si se redistribuye ingreso entre los ricos el bienestar colectivo aumentará menos que si se redistribuye entre los pobres, que una unidad adicional de ingreso tiene más importancia para el bienestar del grupo si se transfiere a individuos de ingresos bajos. Reduce más la desigualdad una transferencia de ingreso de un individuo de clase media a un pobre, que una de un rico a uno de clase media. Por supuesto que una transferencia de ingresos del más alto al más bajo tendría el impacto mayor, porque equivale, como hemos visto, a efectuar más de una transferencia entre ingresos contiguos.

El grueso de estas ideas han sido formalmente exploradas por las teorías del bienestar, pero su conexión con el tema de la desigualdad ha sido débil, principalmente por el rechazo que ha provocado la asociación entre el utilitarismo y la teoría neoclásica. Los principios utili-

taristas, como hemos visto, son sólo algunos de los planteamientos posibles sobre el bienestar social. Muchos de estos principios son de alcance general y otros son específicos del utilitarismo; en especial los que se refieren a hipótesis sobre la conducta individual. La preocupación por el bienestar no es del dominio exclusivo del utilitarismo, por tanto es pertinente examinar más de cerca cómo se ubican las diferentes interpretaciones sobre la relación entre bienestar e ingreso, y ver exactamente qué distingue al utilitarismo.

Por lo dicho hasta ahora, el bienestar  $B$  del grupo puede plantearse como una función de la distribución del ingreso

$$B = B(y_1, y_2, y_3, \dots, y_n)$$

En esta expresión, la forma de la relación es general; abarca todos los casos posibles, de tal modo que a través de ella podemos estudiar las características de algunas teorías de la justicia. Cuando cambian los argumentos de la fórmula, es decir, los ingresos, cambia  $B$ ; si la fórmula tiene interconstruida una preferencia por la igualdad en alguno de los sentidos descritos,  $B$  se elevará cuando los ingresos cambien hacia perfiles menos desiguales. Queda entonces definida la igualdad como lo inverso del bienestar de la comunidad: el orden de un conjunto de distribuciones del ingreso de acuerdo con sus niveles de desigualdad, es el inverso de su orden por niveles de bienestar. En esta perspectiva, podemos buscar en las fórmulas de desigualdad su interpretación como bienestar inverso, y de este modo examinar sus propiedades con las herramientas ya elaboradas por las teorías del bienestar.

### *Bienestar y utilitarismo*

La fórmula utilitarista es uno de los planteamientos más conocidos sobre la relación entre distribución del ingreso y bienestar; es un caso particular de la relación anterior que define el bienestar del grupo como una suma de utilidades individuales, tal como se explicó en el capítulo II:

$$B = u_1(y_1) + u_2(y_2) + \dots + u_n(y_n)$$

En esta expresión,  $B$  es el bienestar del grupo, constituido por  $n$  individuos, cuyas utilidades  $u_1, u_2, \dots, u_n$  dependen de los ingresos  $y_1, y_2, \dots, y_n$ . Por ser una suma, el bienestar del grupo es función lineal de las utilidades individuales; en la suma, todos los individuos tienen igual peso; elevar en una unidad el bienestar de un individuo es elevar en

el mismo monto el bienestar del grupo. Cada utilidad individual es una función creciente de cada ingreso y, en el caso general, la relación entre utilidad e ingreso es diferente para cada individuo. Por supuesto, para poder dar sentido a la suma, es indispensable suponer que las utilidades entre individuos son comparables, que hay una unidad de medida de la utilidad individual común a todo el grupo.

La fórmula anterior vincula la distribución del ingreso con el bienestar del grupo, donde las utilidades individuales están de por medio. El bienestar del grupo es una función de funciones individuales de tal modo que todo cambio en el bienestar colectivo tendrá que ser debido al efecto del ingreso sobre los individuos. Éste es uno de los aspectos individualistas del utilitarismo. Como hemos visto, este último supone que mejorar o empeorar la alimentación, la salud, la vivienda, etc., del grupo sólo puede lograrse a través de los individuos que lo constituyen. Los principios colectivistas, por su parte, definen el bienestar del grupo por medios ajenos al interés individual, de tal modo que el grupo es una entidad con intereses por sí misma.

Un rasgo que da mala fama al utilitarismo es el supuesto de que el bienestar de cada individuo es independiente del de los demás; los individuos no sienten envidia ni placer por la posición de bienestar de otros; su bienestar sólo depende de los bienes y servicios. Más que egoísmo, supone indiferencia de los individuos. Aunque independientes en el sentido anterior, los bienestares individuales no lo son con respecto a la distribución del ingreso, porque más ingreso para unos significa menos para otros. Al transferir ingreso de un individuo a otro, el afectado ve reducido su bienestar exclusivamente porque tiene menos bienes, pero en ninguna medida porque sienta envidia o satisfacción por el bienestar del otro.

El supuesto de que para cada individuo el bienestar aumenta con el ingreso, junto al de que el bienestar del grupo es una suma, significa que cualquier ingreso adicional elevará ese bienestar. Esto último se conoce como principio de *benevolencia*.<sup>17</sup> El supuesto puede hacerse más débil, haciendo que el bienestar del grupo cuando menos no se reduzca al dar una unidad de ingreso adicional a alguno de los individuos. En este caso el supuesto sería de no malevolencia. Por ejemplo, si cualquier nuevo ingreso se da al que ya tiene el bienestar mayor, tal vez el máximo posible, no malevolencia significa que la función de bienestar se elevará o quedará igual. Suponer lo contrario, es decir, male-

<sup>17</sup> Véase Kolm [41].

volencia, equivale a creer que la comunidad puede elevar su bienestar si se quita ingreso a alguno de sus miembros, casi siempre al que ya tiene el bienestar mayor. Para justificar este supuesto habría que suponer, por ejemplo, que el grupo eleva su bienestar material por el solo hecho de que el más rico pierda ingreso. El supuesto de malevolencia se expresa frecuentemente en relación con los méritos igualitarios de la tributación. Se olvida que un esquema tributario progresivo, a la vez que reduce las disparidades, reduce el ingreso total de *todos* los individuos gravados y es por lo tanto imposible que eleve el bienestar del grupo.

### *Independencia de bienestares*

Los supuestos individualistas dan a la relación entre ingreso y bienestar ciertas propiedades. Una de ellas es que la contribución de cada utilidad individual al total definido por la suma es separable, es decir, podemos averiguar qué pasa con el bienestar total cuando se transfiere ingreso de un individuo a otro, sin tomar en cuenta a los demás individuos. Aun si se rechaza al utilitarismo, no es fácil presentar objeciones al supuesto anterior de separabilidad (aditiva). Este supuesto ha provocado larga discusión porque para algunos es un aspecto deseable de todo índice de desigualdad, o de bienestar, y para otros no lo es tanto. Separabilidad del bienestar significa por ejemplo, que podemos establecer una equivalencia entre el beneficio colectivo de dar un peso a un rico, o 50 centavos a un pobre, es decir, la idea de poder lograr lo mismo en bienestar social con 50 centavos que con un peso. Otra manera de verlo es en la afirmación de que si uno de los individuos prefiere una situación a otra, y a todos los demás les son indiferentes las dos, entonces la primera de ellas es *socialmente preferible* a la otra. Por ejemplo, podemos afirmar que transferir ingreso de los ricos a la clase media elevaría el bienestar del grupo, sin considerar a los pobres. El supuesto de separabilidad está presente, por ejemplo, cuando se destacan los méritos igualitarios de elevar las prestaciones o los salarios de la clase obrera, o los de llevar el gasto público a una región deprimida; al hacerlo se supone que el bienestar de los que no reciben el beneficio queda igual que antes, pero que el bienestar “total” es mayor. Aunque para muchos resulta objetable el principio de separabilidad, nótese la enorme dificultad que introduciría eliminarlo al hacer una evaluación como la anterior.<sup>18</sup>

<sup>18</sup> Véase esta discusión en Rothschild y Stiglitz [60].

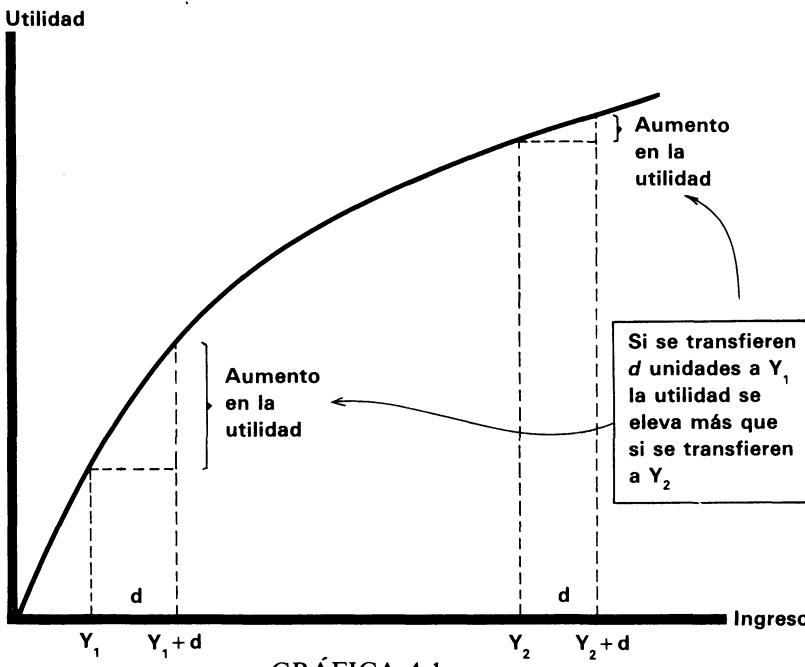
### *Igualdad contra bienestar máximo*

Muchas funciones cumplen con el principio de la independencia de bienestares, y no sólo la suma utilitarista de bienestares individuales independientes. Al definir el bienestar colectivo como una suma de utilidades individuales, lo que importa es el total, pero no el tamaño de los sumandos. La suma de los bienestares podría elevarse dando todo el ingreso a un solo individuo, específicamente al más capacitado de disfrutarlo, a las “máquinas de placer”. Si un individuo obtiene de cada peso de ingreso más utilidad que otro individuo, el bienestar total se eleva al transferir ingreso al más capacitado para disfrutarlo; este hecho no depende simplemente de que uno de los dos tenga mayor ingreso que el otro, sino también de atributos sicológicos o físicos de cada uno de los individuos. Esta idea es expresión formal del argumento aristocrático de que un pobre no puede disfrutar, al hacerse de repente millonario, tanto como uno que siempre lo ha sido o tiene una cultura que lo capacita para disfrutar de los bienes y servicios más refinados. Si el pobre llega a su máximo bienestar material con poco, mejor dar la riqueza a quien puede disfrutarla. Así el bienestar del grupo resulta máximo; en este sentido el ingreso no se desperdicia. Vemos entonces que el utilitarismo clásico interpreta la distribución del ingreso como un problema de eficiencia en el logro de un bienestar mayor o del bienestar máximo, en forma totalmente ajena a la distribución del total. Es evidente entonces que el criterio utilitarista resulta opuesto a las premisas igualitarias, porque en general las capacidades de los individuos para disfrutar de los bienes son diferentes.

### *Igualdad y concavidad*

Existen, sin embargo, numerosos planteamientos que introducen al criterio utilitarista una preferencia por la igualdad en la distribución del ingreso, haciendo recaer todo el peso de los supuestos sobre la forma de las funciones de utilidad individuales. Para sujetar la suma a restricciones que introduzcan un sesgo igualitario, se añade el supuesto de que en todos los individuos existe la misma relación entre ingreso y utilidad, y que esta relación es cóncava. De este modo la utilidad máxima posible con un ingreso total dado, se logra si todos los ingresos son iguales. La gráfica 4.1 ilustra este hecho.

Con frecuencia se acude a este supuesto de igualdad de funciones de utilidad para simplificar algunas deducciones en la teoría del consumidor, pero en cualquier caso su validez está sujeta a que en la prácti-



GRÁFICA 4.1

ca las funciones de utilidad sean las mismas para todos los individuos. El supuesto de igualdad de relaciones entre bienestar e ingreso individuales podría tener alguna justificación, pero no en el contexto presente, porque conduce a una incongruencia. Si la relación individual entre utilidad e ingreso, la llamada función de utilidad, es una cuestión de hecho y no un asunto valorativo, resulta ilógico tratar de introducir una preferencia por la igualdad, que es un asunto normativo, a base de suponer que las funciones de utilidad son iguales para todos los individuos y que además son concavas. Hacer esto equivale a hacer depender la preferencia por la igualdad de una cuestión de hecho y no de una preferencia normativa. En el utilitarismo, el juicio de valor no es la forma o la uniformidad de las funciones de utilidad, sino la idea de que el bienestar es una suma de utilidades, independientes unas de otras. Sostener que lo justo es hacer máxima la suma de utilidades conduce a contradicciones con principios más elementales de justicia, porque es un hecho, no un juicio de valor, que los individuos tienen capacidades diferentes para disfrutar de los bienes.

La conclusión de esto es que cualquier semejanza entre el utilitaris-

mo clásico y las formulaciones modernas que buscan demostrar la igualdad por ese medio, es superficial. Aun así, la literatura sobre estos temas abunda en argumentos utilitaristas en favor de la igualdad, gracias al supuesto infundado e improbable de que los individuos son iguales. Este afán por rescatar el utilitarismo ha creado una situación confusa, porque el papel de las funciones de utilidad en el contexto normativo es de naturaleza muy diferente al que juega como hipótesis conductual. En este último contexto, la función de utilidad es un supuesto sobre la conducta de los individuos, y no una preferencia del analista que, combinada con otros postulados sirve para deducir hipótesis a cotejar con los hechos, que serán los que decidan sobre la validez de tales hipótesis. Una cosa es suponer que los individuos buscan la satisfacción material máxima y otra es afirmar que *deben* buscarla. En el contexto descriptivo el analista no tiene ningún derecho a sumar utilidades, a menos que pueda mostrar una interpretación *descriptiva* de tal suma. Toda suma de utilidades, ponderada o no, pertenece estrictamente al ámbito normativo.

#### La función de evaluación

Las dificultades del argumento utilitarista pueden eludirse si el analista adopta la norma de que para él los individuos son iguales, tengan o no capacidades iguales para disfrutar del ingreso. Bajo esta interpretación la relación entre utilidad e ingreso no es de índole antropológica o sicológica, sino una preferencia ética del observador; éste puede suponer, porque así lo prefiere, que la contribución del bienestar individual al bienestar total es una función marginalmente decreciente de cada ingreso individual, y que es la misma para todos. La gran diferencia con el principio utilitarista es que aquí los individuos son iguales en un sentido análogo al de la igualdad jurídica, no en un sentido antropológico o sicológico.

Todo esto puede parecer un subterfugio innecesario, por el cual el analista expresa en forma por demás críptica que prefiere la igualdad de ingresos; sin embargo, permite derivar algunas conclusiones interesantes, y sobre todo hacer explícito desde el principio que la relación entre bienestar e ingreso proviene de un juicio de valor y no de una especulación sobre los hechos. Esta interpretación conserva la idea del cálculo del bienestar, y algunos criterios como los de separabilidad y aditividad, pero elimina la incongruencia del supuesto de igualdad de funciones de utilidad, y de la idea misma de utilidad.

Puede entonces definirse el bienestar como una suma de la contribución de cada individuo al total, en el entendido de que la suma sólo tiene interpretación *normativa*. El bienestar del cada individuo es parte de un total que define el bienestar colectivo. Para cada individuo aislado, un mayor ingreso significa siempre una mayor contribución de ese individuo a la suma, pero a cambio de un bienestar menor de los restantes, dado un ingreso total fijo. El vínculo entre ingreso y bienestar individual se establece mediante una función de evaluación definida por el analista; dicha función tiene la misma forma que la función de utilidad de la gráfica 4.1, aunque no la misma interpretación; no es una hipótesis sicológica, sino una relación definida por juicios de valor. Cuando un individuo de ingresos bajos recibe ingreso, su contribución al bienestar total se eleva más en términos relativos y absolutos, que en el caso de un individuo de ingresos altos; es decir, cuando el ingreso de un individuo se eleva, la importancia de ese ingreso es cada vez menor en la determinación del bienestar del grupo.<sup>19</sup> El bienestar máximo, es por definición normativa el que se obtiene si todos los ingresos son iguales.

### *Concavidad y ponderación de transferencias*

Se quiere de alguna manera introducir a la suma el supuesto de que la igualdad es socialmente óptima. Para ello basta con suponer que, para todos los individuos, existe la misma relación entre ingreso y bienestar individual, y que dicha relación es marginalmente decreciente con el ingreso. Si todos los individuos son iguales en el sentido de esta relación, el bienestar siempre se elevará transfiriendo ingreso de aquellos con ingreso mayor hacia aquellos con ingreso menor; pero además la elevación será mayor mientras menores sean los ingresos entre los que ocurre la transferencia. Todo esto no es otra cosa que el criterio de ponderación de transferencias explicado antes, pero en el contexto de una suma de bienestares individuales. Sin embargo, con los supuestos de separabilidad y otros, la desigualdad de ingresos es ahora interpretable como desperdicio de ingreso o de esfuerzo productivo. Toda reducción de la desigualdad de ingresos puede interpretarse como un aumento en el bienestar del grupo, a la par con producir más.

Técnicamente, el argumento anterior equivale a suponer que el bie-

<sup>19</sup> En términos de desigualdad, esta explicación equivale al supuesto de cuasiconcavidad del índice, es decir, la curvatura del índice tiene la forma opuesta que la de la función de bienestar.

bienestar del grupo es una suma de funciones estrictamente cóncavas, idénticas en su forma:

$$B = \sum_{i=1}^n U(y_i) = F(y_1, y_2, \dots)$$

por lo tanto,  $F$  es estrictamente cóncava. En lenguaje llano, lo anterior significa que para cada ingreso total (es decir, para cada suma de ingresos individuales  $y_i$ ), el valor de  $B$  aumenta siempre que se transfiere ingreso de uno cualquiera a otro menor. Ésta es la misma condición, pero invertida, que la de Pigou-Dalton en el caso de la desigualdad. Mientras más curvatura tenga la función de la gráfica 4.1, mayor será la preferencia por la igualdad a menor ingreso, porque mayor será la ganancia neta de bienestar provocada por una transferencia progresiva. Sin embargo, el analista, o el planificador, están ahora obligados a especificar dicha curvatura.

Puede parecer que la necesidad de especificar la curvatura de la relación y toda esta geometría del bienestar complica innecesariamente las cosas. Normalmente se quiere saber “cuánta es la desigualdad” sin dar vueltas a acertijos sobre funciones de evaluación, por lo cual es preferible acudir a uno de la larga lista de índices de desigualdad.

Para aclarar esta duda cabe recordar lo dicho hasta ahora. Cuando se cumple la condición de Lorenz, cualquier índice simétrico y que cumpla a la vez con la condición de Pigou-Dalton, dará el mismo resultado. Todo índice con estas características dirá que  $A$  es una situación distributiva más desigual que  $B$ , si la curva de Lorenz de  $A$  queda más alejada de la diagonal de igualdad que la de  $B$ . De hecho, ni siquiera es necesario calcular índice alguno.

Pero si dicha condición no se cumple, como ocurre la mayoría de las veces, unos índices darán conclusiones opuestas a otros. Al optar por uno de ellos, el analista implícitamente decidirá sobre la curvatura de la función mencionada; es decir, al seleccionar un índice en particular adoptará un juicio de valor sobre la ponderación de diferencias, que vale más hacer explícito aun para el propio analista. Sólo así tendrán interpretación los resultados. La discusión anterior es sólo una formalización de esta idea.

### *Propiedades de algunos índices*

Para el estudio de la desigualdad se acude a numerosos índices, la mayoría de las veces sin inspección previa de la comparabilidad de las dis-

tribuciones. Los índices producen en efecto un conjunto de valores de cuya comparación se extraen conclusiones. Si las curvas de Lorenz correspondientes no se intersectan, no hay problema alguno en la comparación. En caso contrario, el significado preciso de la comparación sólo puede averiguarse inspeccionando qué otras propiedades tienen los índices además de las de simetría y preferencia por la igualdad, en qué forma satisfacen estas propiedades, y qué estructura de ponderación de transferencias está interconstruida en la fórmula. En algunos casos resulta muy complicado descifrar sus propiedades en este sentido, tarea que ha dado lugar a muchos trabajos de investigación.<sup>20</sup> Por estas razones conviene hacer una exposición de las propiedades más importantes de índices muy conocidos. A esta tarea se dedica el resto de este capítulo.

### *Intervalos*

Si sólo interesa la desigualdad entre el más rico y el más pobre, la diferencia entre sus ingresos, llamada intervalo, es un índice de desigualdad posible. En el caso de dos individuos, la diferencia entre sus ingresos es a la vez la diferencia entre el ingreso máximo y el mínimo. El intervalo puede tener varias formas según el criterio que se adopte para medir las diferencias:

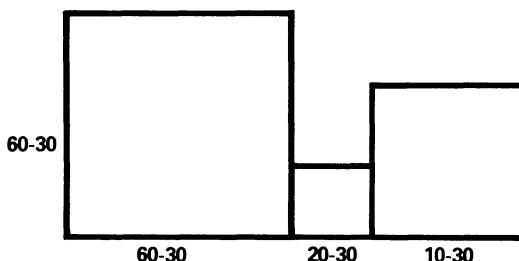
$$\text{Intervalo absoluto} = I_A = Y_{\text{máximo}} - Y_{\text{mínimo}}$$

$$\text{Intervalo proporcional} = I_R = Y_{\text{máximo}}/Y_{\text{mínimo}}$$

$$\text{Intervalo relativo} = I_M = (Y_{\text{máximo}} - Y_{\text{mínimo}})/\text{Ingreso medio}$$

Estos índices son la versión algebraica de los juicios que señalan contrastes económicos. El intervalo absoluto mide la desigualdad en unidades de ingreso por habitante; el intervalo proporcional la mide como múltiplo del ingreso mínimo, y el intervalo relativo como múltiplo del ingreso promedio. Estas fórmulas no cumplen con el criterio de Pigou-Dalton, porque no se reducen ante transferencias de ingresos mayores a menores, salvo por los ingresos extremos; por lo tanto tampoco incorporan criterios de ponderación de transferencias, ya que se basan sólo en dos ingresos e ignoran el resto. Dan un resultado engañoso, por incompleto, especialmente cuando los extremos son ingresos ex-

<sup>20</sup> Una de tantas interpretaciones del Gini, por ejemplo, aparece en Yitzaki [83].



cepcionales o poco frecuentes. Cualquier redistribución que no involucre los extremos no se refleja en ninguno de estos índices.

### *Varianza*

La varianza o desviación cuadrática media es un indicador de gran importancia en la teoría de la probabilidad y la estadística; es el promedio de los cuadrados de las diferencias entre cada ingreso  $y_i$  y el ingreso promedio  $\bar{y}$ . Para el análisis de la desigualdad, este índice tiene propiedades contradictorias ya que, por una parte, como medida de dispersión, refleja desigualdad de ingresos, pero su estructura de ponderación de transferencias plantea objeciones importantes.

Si la población tiene  $n$  miembros, la varianza de los ingresos es:

$$V = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 / n$$

La varianza es una medida de dispersión de los ingresos con respecto del ingreso promedio. El diagrama de áreas de la gráfica 4.2 ilustra cómo la varianza captura las diferencias de ingresos con un ejemplo de tres individuos cuyos ingresos son 10, 20 y 60 unidades.

La varianza, como veremos en seguida, cumple con el criterio de Pigou-Dalton. Antes, véase que al elevar al cuadrado cada diferencia, cada término se hace positivo, y por ello contribuyen al total tanto las diferencias de ingresos por encima del promedio como los ingresos inferiores a él. Este hecho muestra claramente que la varianza da el mismo peso a la desviación de un ingreso superior al promedio que a la de uno inferior, es decir, el peso que tiene cada diferencia es proporcional a la distancia con respecto al ingreso promedio, sin importar de qué lado se encuentre el ingreso; por lo tanto la ponderación no es

decreciente con el nivel de ingresos. Una manera más directa de apreciar este hecho, y la condición de preferencia por la igualdad, es viendo qué sucede a  $V$  si se efectúa una transferencia de  $d$  pesos entre dos ingresos cualesquiera, con tal que no se altere la posición relativa de los ingresos:

$$\sum_{i=j, k} (y_i - \bar{y})^2 + (y_j + d - \bar{y})^2 + (y_k - d - \bar{y})^2 \\ = V + 2d(y_j - y_k + d)/n$$

El valor de la varianza se reduce si  $y_k$  es mayor que  $y_j$  y la transferencia del ingreso mayor al menor deja a ambos en la misma posición relativa; esto puede apreciarse al ver que el término entre paréntesis es negativo sólo si el ingreso  $y_k$  es mayor que  $y_j$  y además la transferencia  $d$  es positiva y menor a dicha diferencia. La varianza cumple entonces con el criterio de Dalton-Pigou: se reduce al transferir ingreso de uno mayor a uno menor. Sin embargo, el efecto sobre la varianza depende del monto de la transferencia y de la diferencia entre los ingresos, pero no del monto absoluto de éstos. Por ejemplo, la varianza se reduce en lo mismo si se transfieren 100 pesos de un individuo con ingresos de 100 000 a otro con ingresos de 90 000, que se si transfieren 100 pesos de un individuo con ingresos de 20 000 a otro con ingresos de 10 000, es decir:

$$2 \times 100(90\,000 - 100\,000 + 100)/n = 2 \times 100(10\,000 - 20\,000 + 100)/n$$

La varianza refleja como equivalentes el beneficio social de transferir 100 pesos a alguien con ingresos de 10 000 y el de transferirlos a otro con ingresos de 90 000. Nótese además que la fórmula anterior sobre el efecto de una transferencia depende sólo de los ingresos entre los que ocurre dicha transferencia. La varianza cumple entonces con la condición de independencia de bienestares.

### *Desviación típica*

La varianza mide la desigualdad en pesos al cuadrado, lo cual hace incómoda su interpretación. Para eliminar esta dificultad basta con obtener la raíz cuadrada de la varianza, con lo cual se obtiene la desviación típica, o desviación estándar:

$$DT = V^{1/2} = \left( \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 / n \right)^{1/2}$$

Las propiedades de la desviación estándar son exactamente las mismas que las de la varianza en lo que concierne a transferencias y ponderaciones, salvo por dos aspectos: no cumple con el criterio de independencia de bienestares ni es separable. La raíz cuadrada causa este cambio (estas dos propiedades se examinarán en el capítulo VII). La desigualdad queda medida en las mismas unidades que el ingreso. Por ejemplo, de acuerdo con la desviación típica, la diferencia entre los ingresos familiares semestrales y el ingreso promedio en México, en 1977, era de 10 837 pesos en promedio.

### *Coeficiente de variación*

La desviación típica mide la desigualdad en términos absolutos. Al dividirla por el ingreso promedio, la desigualdad queda medida en ingresos medios. El cociente de dividir la desviación típica por el ingreso medio se llama coeficiente de variación:

$$CV = DT/\bar{y} = (1/\bar{y}) \left( \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 / n \right)^{1/2}$$

El coeficiente de variación cumple con la condición de Pigou-Dalton, y tiene las mismas propiedades que la varianza y la desviación típica en cuanto a transferencias, pero no cumple con la condición de independencia de bienestares. El coeficiente de variación, aplicado en México en 1977, indica que el promedio de las diferencias de ingreso era de 1.2 veces el ingreso promedio.

Para los fines de medir la desigualdad, la varianza, la desviación típica y el coeficiente de variación, tienen la característica indeseable de que dan a las transferencias ponderaciones independientes del nivel de ingresos, aunque tienen algunas propiedades interesantes que se examinarán con mayor detalle en el capítulo V.

La varianza y la desviación típica permanecen constantes si todos los ingresos se elevan en un monto absoluto uniforme; ambos índices se elevan si los ingresos se elevan también en un monto proporcional uniforme. Por ejemplo, si todos los ingresos de la población se elevaran en 1000 pesos, estos dos últimos índices no registrarían cambio alguno en la desigualdad; en cambio registrarían un aumento si todos los ingresos se elevaran en 10% (el aumento en la desigualdad sería de

la misma proporción en el caso de la desviación típica y del cuadrado de la proporción en el caso de la varianza). Algunos autores señalan esta característica como una desventaja pero, como veremos después, es una propiedad deseable para algunos puntos de vista.

El coeficiente de variación, por su parte, se reduce si los ingresos se elevan en un monto absoluto uniforme y permanece constante si los ingresos se elevan en una proporción uniforme. Otra propiedad importante, es que la desviación típica y el coeficiente de variación son más sensibles a la desigualdad mientras menor sea ésta. Una misma transferencia reduce más la desigualdad cuando la desigualdad es baja que cuando es alta. Esta condición de curvatura es la contraria de la explicada en el capítulo anterior.

En las *tres* medidas el efecto de una transferencia sobre la desigualdad es *menor* mientras mayor sea el ingreso medio. Este aspecto puede resultar indeseable. Por ejemplo, una transferencia de un peso de un individuo cuyo ingreso es 10 000 pesos a otro cuyo ingreso es 1 000, reduce menos estas medidas cuando el ingreso medio de la población es de 50 000 pesos que cuando es de 20 000. Las transferencias tienen impacto menor mientras mayor es el ingreso medio.

### *Desviación media absoluta*

En la fórmula de la varianza, al elevar al cuadrado las diferencias se logra que todas cuenten positivamente en el total, pero hay otras maneras de lograr lo mismo. Por ejemplo, puede simplemente tomarse el promedio de los valores absolutos de todas las diferencias entre cada ingreso y el promedio:

$$VMA = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})/n$$

A esta fórmula se le conoce como desviación media absoluta, y mide la desigualdad en unidades de ingreso. En este índice, cualquier transferencia entre ingresos a un mismo lado de la media no altera el nivel de desigualdad; sólo cambia su valor ante transferencias entre ingresos a lados opuestos del promedio. Para ver por qué, basta con observar que una transferencia entre dos ingresos mayores que el promedio, se cancela en la suma de diferencias absolutas, ya que el ingreso medio no cambia con la transferencia. No cumple por lo tanto con la condi-

## DIAGRAMA 4.1

	<i>I</i>	<i>2</i>	<i>4</i>	<i>n</i>	
1	$ y_1 - y_1 $	$ y_1 - y_2 $	$ y_1 - y_3  \dots  y_1 - y_n $		
2	$ y_2 - y_1 $	$ y_2 - y_2 $	$ y_2 - y_3  \dots  y_2 - y_n $		
	:	:	:	:	:
	:	:	:	:	:
	:	:	:	:	:
<i>n</i>	$ y_n - y_1 $	$ y_n - y_2 $	$ y_n - y_3  \dots  y_n - y_n $		
					<u>TOTAL</u>

ción de Pigou-Dalton.<sup>21</sup> Una transferencia de  $d$  pesos de un ingreso superior al promedio, sin importar cuánto es dicho ingreso, a uno inferior al promedio, sin importar tampoco de cuánto es, reduce la desviación media absoluta en  $2d/n$  pesos. La importancia de las transferencias depende sólo del monto absoluto de éstas, pero no del nivel de ingresos. Las características de este índice son análogas a las del intervalo absoluto, definido al principio, salvo que la desviación media absoluta toma en cuenta a todos los ingresos y no sólo los extremos.

### *Diferencia media absoluta*

La diferencia aritmética entre ingresos, utilizada en el capítulo III, puede definirse para el caso general de  $n$  ingresos. La forma de hacerlo es simplemente tomar el promedio de *todas* las diferencias absolutas entre *todos* los ingresos:

$$\text{DMA} = \sum_{i, j}^n (y_i - y_j) / n^2$$

Esta suma de diferencias absolutas aparece ilustrada en el diagrama 4.1. La razón para dividir entre el cuadrado del número de ingresos es que hay  $n \times n$  diferencias posibles, incluidas las diferencias nulas entre un ingreso y sí mismo. Algunas diferencias son redundantes; por ejemplo, la suma de las diferencias entre el ingreso menor de todos y los restantes es igual a la diferencia entre el ingreso máximo y el mínimo.

<sup>21</sup> Elteto y Frygies [21] proponen un índice (de dos partes) basado en la desviación media; no cumple por lo tanto con el criterio de Pigou-Dalton. Lo mismo es cierto del índice de Kuznets. Por esta deficiencia no se examinan las propiedades de estos índices.

Al tomar valores absolutos, la fórmula cumple con la condición de simetría; cumple también con el criterio de Dalton-Pigou, aunque en una forma de difícil interpretación. La diferencia media absoluta, que mide la desigualdad en términos absolutos, no cumple con la condición de independencia de bienestares. Estas propiedades se examinarán más adelante.

### *Diferencia media relativa*

La diferencia media absoluta puede convertirse en un índice de desigualdad relativa, si los ingresos se miden como múltiplos del ingreso medio. Al dividir la diferencia absoluta por el ingreso medio se obtiene entonces la diferencia media relativa:

$$DMR = DMA/\bar{y}$$

Este índice hereda las mismas propiedades de la diferencia media absoluta, pero aísla el tamaño del ingreso medio: permanece constante ante un aumento proporcional parejo de todos los ingresos.

### *Índice de Gini*

El índice de Gini, que es uno de los más utilizados en las investigaciones empíricas, es la mitad de la diferencia media relativa:

$$G = DMR/2 = DMA/2\bar{y} = \sum_{i, j}^n (y_i - y_j)/2n^2\bar{y}$$

El coeficiente de Gini es el promedio aritmético de todas las diferencias entre los ingresos de un grupo, medidos como múltiplos del ingreso medio, y divididos por 2.

Hemos visto, por otra parte, que el índice de Gini es el área entre la curva de Lorenz y la diagonal, relativa al área del triángulo del diagrama de Lorenz. También hemos visto que al tomar valores absolutos de las diferencias, las de signo negativo se convierten en positivas; las diferencias medias, absoluta y relativa, definen así una banda de desigualdad por encima y por debajo del ingreso medio. Al dividir por 2 la diferencia media relativa, se obtiene entonces la mitad de la magnitud de esa banda, que es el índice de Gini.

Cada diferencia absoluta puede escribirse como la suma de los dos ingresos menos dos veces el menor de ellos:

$$y_i - y_j = y_i + y_j - 2\text{Min}(y_i, y_j)$$

Al insertar esto en la fórmula del índice de Gini se obtiene:

$$G = 1 - \frac{1}{n} \sum_{i, j} \text{Min}(y_i, y_j)$$

$$G = 1 - \frac{1}{n} \sum_{i, j} \text{Min}(q_i, q_j)$$

donde  $q_i$  y  $q_j$  son las proporciones de ingreso de los individuos  $i$  y  $j$ , respectivamente. Esta última fórmula muestra otra manera de calcular el índice de Gini. Ambas aparecen ilustradas en el diagrama 4.2 para el caso de la distribución del ingreso en México en 1963. En el diagrama, la población total está dividida en grupos de 10% del total, es decir, en deciles. El ingreso medio de 1963 era de 1 278 pesos. La sección I del cuadro muestra el cálculo con diferencias de ingresos medios, y la sección II con proporciones de ingreso.

### DIAGRAMA 4.2

Ilustración del cálculo del índice de Gini  
con los ingresos medios por deciles.  
Sección I

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Suma de renglón
1	267	267	267	267	267	267	267	267	267	267	2 674
2	497	267	497	497	497	497	497	497	497	497	4 743
3	533	267	497	533	533	533	533	533	533	533	5 028
4	658	267	497	533	658	658	658	658	658	658	5 902
5	836	267	497	533	658	836	836	836	836	836	6 971
6	923	267	497	533	658	836	923	923	923	923	7 408
7	1 137	267	497	533	658	836	923	1 137	1 137	1 137	8 263
8	1 759	267	497	533	658	836	923	1 137	1 759	1 759	10 130
9	3 340	267	497	533	658	836	923	1 137	1 759	3 340	13 292
10	7 873	267	497	533	658	836	923	1 137	1 759	3 340	17 824

82 234

Fuente: Distribución del ingreso en México por deciles, 1963 (corregida), cuadro C. 24 del apéndice C al capítulo VI.

Cada celda contiene el menor de los dos ingresos medios de los deciles correspondientes. Por ejemplo, en la celda (8,4), el ingreso Min (1759,658)=658. De aquí vemos que:

$$\begin{aligned} \text{Coeficiente de Gini} &= 1 - (1/n) \bar{y} \sum_{i=j} \text{Min} (y_i, y_j) = \\ &= 1 - (1/100 \times 1782) (82234) = 1 - .46147 = .53853 \end{aligned}$$

Cálculo con participaciones de ingreso  
Sección II

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Suma de renglón
	1.50	2.79	2.99	3.69	4.69	5.18	6.38	9.87	18.74	44.17	
1	1.50	1.50	1.50	1.50	1.50	1.50	1.50	1.50	1.50	1.50	15.00
2	2.79	1.50	2.79	2.79	2.79	2.79	2.79	2.79	2.79	2.79	26.61
3	2.99	1.50	2.79	2.99	2.99	2.99	2.99	2.99	2.99	2.99	28.21
4	3.69	1.50	2.79	2.99	3.69	3.69	3.69	3.69	3.69	3.69	33.11
5	4.69	1.50	2.79	2.99	3.69	4.69	4.69	4.69	4.69	4.69	39.11
6	5.18	1.50	2.79	2.99	3.69	4.69	5.18	5.18	5.18	5.18	41.56
7	6.38	1.50	2.79	2.99	3.69	4.69	5.18	6.38	6.38	6.38	46.36
8	9.87	1.50	2.79	2.99	3.69	4.69	5.18	6.38	9.87	9.87	56.83
9	18.74	1.50	2.79	2.99	3.69	4.69	5.18	6.38	9.87	18.74	18.74
10	44.17	1.50	2.79	2.99	3.69	4.69	5.18	6.38	9.87	18.74	44.17
											100.00

$$\text{Min}(q_i, q_j) = 461.36$$

De acuerdo con la fórmula del texto, el coeficiente de Gini se obtiene de la suma del cuadro anterior:

$$\text{Gini} = 1 - (461.36/100)/10 = .53853$$

(La división por 100 se debe a que el cuadro está construido con porcentajes)

En la misma expresión, se aprecia que el índice de Gini en realidad no depende del monto de los ingresos, sino de la posición relativa de cada individuo respecto de los demás, porque, como ilustra el diagrama, basta con que cada proporción de ingresos sea la mínima de cada pareja para que su valor contribuya a la suma. Por ejemplo, el mínimo de todas las parejas del renglón 1 es la proporción de ingresos del decil 1, pero también sería el mínimo en todas las parejas si dicha proporción queda entre 1.50 y 44.17.

El ingreso más alto aparece una vez en la suma, el siguiente aparece dos, el siguiente tres veces, y así sucesivamente hasta llegar al ingreso menor de todos, que aparece  $n$  veces (en la suma hay  $n$  parejas donde el ingreso menor de todos es el mínimo de cada pareja). Si los ingresos

se ordenan de mayor a menor, después de algunas manipulaciones, la fórmula queda entonces:

$$G = 1 + 1/n - (2/n) (q_1 + 2q_2 + \dots + nq_n)$$

donde  $q_1, q_2, \dots$  están ordenados de mayor a menor, es decir, al utilizar los ingresos en lugar de las proporciones:

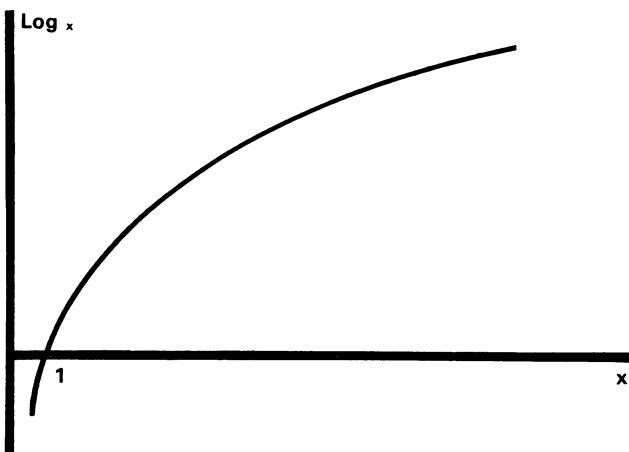
$$G = 1 + 1/n - (2/n) y (1y_1 + 2y_2 + \dots + ny_n),$$

donde  $y_1, y_2, \dots$  están ordenados de mayor a menor.

El índice de Gini, como muestra la primera de estas fórmulas, es función del promedio de los números del 1 a n, ponderados con las participaciones de ingreso. Es también una suma ponderada de las participaciones de cada ingreso individual, donde a cada participación de ingresos se da un peso de acuerdo con la posición relativa de los individuos. En la suma entre paréntesis, la ponderación que se da a la proporción o al ingreso del más pobre es n, y 1 la ponderación de la del más rico.

Esta fórmula permite apreciar que la desigualdad máxima es  $1 - 1/n$ , prácticamente igual a 1 cuando n es grande; la mínima es 0. Otra manera de ver que el valor máximo del Gini es 1 cuando un individuo tiene todo el ingreso y los demás nada, y cero cuando todos los ingresos son iguales es en el diagrama de Lorenz. El área máxima de Lorenz es la del triángulo, y la mínima es cero.

La fórmula anterior permite además apreciar lo siguiente. Ordenados del más rico al más pobre, transferir una unidad de ingreso al individuo i es equivalente a transferir i/j unidades al individuo j; en ambos casos la desigualdad se reduce lo mismo: una unidad más de ingreso al individuo 7, por ejemplo, equivale a 7/15 unidades al individuo 15, lo cual muestra la forma como el Gini incorpora el efecto de las transferencias. El efecto de una transferencia es en realidad independiente del monto de los ingresos individuales, y sólo depende de la posición relativa de los individuos y del monto de la transferencia. Es en esta forma como el índice de Gini cumple con el criterio de preferencia por la igualdad de Pigou-Dalton. Ésta es una peculiaridad del índice de Gini y de todos aquellos basados en un orden jerárquico, como la diferencia media absoluta y la diferencia media relativa. En comparación con la varianza o la desviación típica, por ejemplo, donde el efecto de una transferencia depende de la distancia absoluta entre los ingresos, en



GRÁFICA 4.3

el Gini dicho efecto sólo depende de cuántos individuos haya entre un ingreso y otro, no del monto efectivo de los ingresos. Por otra parte, el índice de Gini no cumple con el criterio de independencia de bienes-estares ni es separable. No obstante ésta y otras complicaciones que dificultan considerablemente la interpretación del Gini, es el índice más usado en aplicaciones empíricas.

Para el cálculo del Gini con poblaciones agrupadas, después de tediosas manipulaciones puede demostrarse que

$$G = (1/2) \sum_{i, j}^n q_i p_j - q_j p_i$$

En esta fórmula,  $q_i$  es la proporción del ingreso total en manos de los individuos en el estrato  $i$ , y  $p_i$  la proporción de población correspondiente.

#### *Transformación logarítmica*

Algunos índices se basan en transformaciones logarítmicas de los ingresos, ya sea porque se quieren lograr ciertas ventajas algebraicas, o porque según algunos autores el logaritmo del ingreso tiene interpretaciones atractivas. Por ello conviene examinar el significado de dicha transformación en el presente contexto. El logaritmo de un número po-

sitivo es una potencia con respecto a una base arbitraria. Por ejemplo, en la escala logarítmica de base 10, el logaritmo de 1 000 es 3, el de 10 000 es 4, etc. La transformación logarítmica convierte la escala de ingresos a distancias proporcionales, de tal modo que alarga las distancias entre los ingresos bajos y encoge las distancias entre los ingresos altos. Por ejemplo, la distancia entre 100 y 1 000 pesos en logaritmos de base 10, o de cualquier base, es la misma que entre 100 000 pesos y 1 millón. Esta propiedad de la transformación logarítmica es la de una función cóncava, como muestra la gráfica 4.3.

Tal como veremos en el capítulo siguiente, por esta concavidad, el logaritmo del ingreso se presta a su interpretación como utilidad del ingreso, o como función de evaluación. Para un conocido autor, el logaritmo es un índice de potencia del ingreso, de capacidad para elevar la base. Por ejemplo, si un individuo tiene ingreso de 1 000, en logaritmos de base 10, la potencia es 3: la capacidad de ese individuo para elevar la base es 3; un individuo con ingresos de 10 000 tendría una potencia de 4, etcétera.<sup>22</sup>

### *Varianza de logaritmos*

Las diferencias entre los logaritmos del ingreso son diferencias proporcionales, esto es, logaritmos de cocientes: un aumento proporcional uniforme en todos los ingresos no altera las diferencias entre sus logaritmos. De aquí la idea de utilizar la varianza de los logaritmos del ingreso,

$$L = \sum_{i=1}^n (\log y_i - \log \bar{y})^2 / n$$

como índice de desigualdad relativa. El ingreso medio de la fórmula puede ser el promedio aritmético usual o bien la media geométrica, cuyo logaritmo es el promedio de los logaritmos de los ingresos. La varianza de logaritmos es un índice de desigualdad relativa: permanece constante ante un aumento proporcional uniforme en los ingresos. Para ver por qué, obsérvese que la fórmula puede escribirse de otro modo:

$$L = 1/n \sum_{i=1}^n (\log(y_i/\bar{y})).^2$$

Esta expresión muestra que los ingresos se toman relativos al ingre-

<sup>22</sup> Esta interpretación corresponde a Champernowne [14]. En el capítulo V se examina el concepto de ingreso equivalente, sugerido también por Champernowne.

so promedio, de tal manera que una elevación proporcional uniforme de los mismos no altera el valor de  $L$ . Este índice no cumple con el criterio de Pigou-Dalton porque, en el caso de transferencias entre ingresos muy altos, una transferencia entre un ingreso mayor y uno menor no necesariamente reduce el valor de dicho índice. Nótese que para que esta deficiencia se presente, lo “alto” o “bajo” de un ingreso depende de las unidades de medición. Con respecto al criterio de ponderación de transferencias, la transformación logarítmica hace que este índice dé gran peso a las transferencias entre ingresos bajos.

### *Índice de Theil*

Otra aplicación de la función logarítmica que tiene propiedades interesantes proviene de la teoría de la información. A grandes rasgos la idea es la siguiente. La distribución del ingreso puede interpretarse probabilísticamente en dos formas. Una es tomando las proporciones de población en cada estrato de ingreso como probabilidades de encontrar un individuo cuyo ingreso quede en el intervalo. Por ejemplo, si la proporción de individuos o familias con ingresos entre 1 500 y 3 000 pesos es 20, esta proporción es la probabilidad, en el sentido frecuencial, de encontrar un individuo cuyo ingreso esté en ese intervalo.

Del mismo modo, las proporciones de ingreso en manos de cada individuo o grupo pueden interpretarse como probabilidades de encontrar un ingreso cuyo propietario es el individuo  $i$ . Por ejemplo, si el individuo 8 de una distribución posee 15% del ingreso total, la probabilidad de encontrar al azar un ingreso cuyo propietario sea ese individuo es .15. En este último caso, cuando los ingresos de los miembros del grupo son todos iguales, las probabilidades son todas iguales. En cambio, cuando un individuo tiene todo el ingreso una de las probabilidades es 1 y cero las restantes. Estas ideas pueden exemplificarse con el caso siguiente de dos individuos:

<i>Individuo</i>	<i>Proporción del ingreso</i>	<i>Proporciones en el caso de igualdad</i>	<i>Proporciones en el caso de desigualdad</i>
1	.3 (1/.3)	.5	1
2	.7 (1/.7)	.5	0

Si hay  $n$  individuos, mientras más se acerquen las proporciones de ingreso a  $1/n$  (que es  $1/2$  en el ejemplo), menos desigual será la distribución. Las proporciones son números entre 0 y 1, y sus recíprocos son por lo tanto números entre infinito y 1. En el ejemplo anterior,

los recíprocos aparecen entre paréntesis. Estos recíprocos de probabilidades son interpretables como contenidos de información del evento asociado a esa probabilidad: mientras mayor es la probabilidad de ocurrencia del evento, menos interesante resulta descubrir que aconteció. Por ejemplo, si alguien nos informa que jugó a la lotería y que no obtuvo premio alguno, interpretamos el mensaje “no me saqué la lotería”, como algo cuyo contenido de información es muy bajo, ya que la probabilidad de no obtener premio alguno es muy alta. Lo contrario diríamos del mensaje “me saqué la lotería”. En general, podemos medir el contenido de información de toda la distribución promediando los contenidos de cada uno de sus eventos, pero en lugar de hacerlo directamente con los recíprocos, hay algunas ventajas en hacerlo con sus logaritmos. Tomar logaritmos cambia la escala, pero mantiene la relación inversa con la probabilidad. En fórmulas, el contenido de información de un conjunto de eventos (mensajes) cuyas probabilidades de ocurrir son  $q_1, q_2, \dots$  es

$$E = \sum_{i=1}^n q_i \log(1/q_i).$$

Los logaritmos de estos recíprocos son números entre infinito y 0 si los recíprocos varían entre infinito y 1. En el caso del ejemplo, los valores de E correspondientes a las tres distribuciones serían:

$$E \text{ del ejemplo} = .3 \log(1/.3) + .7 \log(1/.7)$$

$$E \text{ en el caso de igualdad} = .5 \log(1/.5) + .5 \log(1/.5) = \log 2$$

$$E \text{ en el caso de desigualdad}^{23} = 1 \log (1/1) + 0 \log 1/0 = 0$$

Vemos entonces que la suma de los logaritmos de los recíprocos de las proporciones de ingreso, ponderados con las propias proporciones, tiene el campo de variación siguiente:

$$E = \sum_{i=1}^n q_i \log (1/q_i) \left\{ \begin{array}{l} = \log n \text{ cuando todos los individuos} \\ \text{tienen ingresos iguales} \\ = 0 \text{ cuando un individuo tiene} \\ \text{todo el ingreso} \end{array} \right.$$

<sup>23</sup> Para hacer congruente la fórmula, se define  $0 \log 0 = 0$ .

Con este intervalo de variación, la suma ponderada de logaritmos de los recíprocos de las proporciones de ingreso es un índice de *igualdad*, porque es un número entre 0 (en el caso de desigualdad) y  $\log(n)$  (en el caso de igualdad). Recibe el nombre de entropía de la distribución, por su interpretación en la física como medida de desorden. Sin embargo, esta interpretación es inútil en el contexto presente. Los índices derivados del concepto de entropía tienen, como veremos, una interpretación más directa en términos de bienestar.

La fórmula anterior puede transformarse en un índice de desigualdad, tomando la diferencia entre  $E$  y su valor máximo; de este modo se invierten los límites:

$$R = \log n - E = \sum_{i=1}^n \log (q_i/(1/n)).$$

Mediante este cambio, cuando  $E$  es máximo (igualdad de ingresos)  $R$  es 0, y lo contrario cuando  $E$  es mínimo (desigualdad extrema). La fórmula anterior define la llamada redundancia de la distribución. Es una suma ponderada, con las proporciones de ingreso, de los logaritmos de los cocientes entre dichas proporciones y la razón  $1/n$ . En la medida en que las proporciones  $q_i$  difieran del cociente  $1/n$ , sus logaritmos diferirán de cero. Cuando todas las proporciones de ingreso son iguales, es decir, en el caso de igualdad, todos los cocientes serán 1 y cero sus logaritmos;  $R$  será, por lo tanto, cero en el caso de igualdad de ingresos.

Podemos extender la fórmula al caso en que las proporciones de población no son uniformes, por ejemplo cuando la población está agrupada por estratos de ingreso: si hay  $n_1$  individuos en el estrato 1,  $n_2$  en el estrato 2, etc., la fórmula anterior se convierte en

$$T_y = n_1 q_1 \log q_1/(1/n) + n_2 q_2 \log q_2/(1/n) \dots$$

y después de algunas manipulaciones se obtiene

$$T_y = \sum_{i=1}^n q_i \log(q_i/p_i)$$

donde, igual que en fórmulas anteriores,  $q_i$  es la proporción del ingreso percibida por el estrato  $i$ , y  $p_i$  la proporción de población en ese estrato. Esta fórmula define el índice de Theil ponderado con ingresos.

Puede invertirse el papel de las proporciones para obtener el índice ponderado con población:

$$T_p = \sum_{i=1}^n p_i \log(p_i/q_i)$$

Al invertirse las proporciones de ingreso y población, se alteran los límites del índice. Los límites del índice ponderado con ingreso son 0 y  $\log n$ , por analogía con la fórmula de la redundancia. Los límites del índice ponderado con población son en cambio 0 (en el caso de igualdad) e infinito. Una forma intuitiva de ver por qué, se tiene al considerar que si la población está clasificada por estratos, es siempre imposible que la proporción de individuos en cada estrato sea cero, ya que en tal caso no existiría el estrato. En cambio es perfectamente posible que un estrato tenga ingresos nulos, por lo cual algún cociente del índice ponderado con población puede ser infinito.

Ambas versiones del índice miden desigualdad relativa, y cumplen con la condición de transferencias y simetría. Sin embargo, como hemos visto, el límite superior del índice del Theil ponderado con ingreso no es fijo, depende del tamaño de la población. En el caso de la redundancia,  $R$ , aplicada a una población de dos individuos, el índice podría tener un valor máximo de  $\log 2$ , cuyo valor es 1 si los logaritmos son de base 2. El logaritmo base 2 de 2, llamado “*nit*”, define entonces la unidad de desigualdad como la desigualdad máxima en el caso de dos individuos. Por ejemplo, la desigualdad máxima posible en una población de 8 individuos sería 3 ( $= \log_2 8$ ) veces mayor que la del caso de dos individuos. El punto de vista normativo detrás de esta propiedad del índice es que mientras más población hay en el grupo, mayor es el margen de desigualdad: se considera más injusto que un individuo reciba todo el ingreso en una comunidad de 1 000 miembros, que la misma situación en una comunidad de 2 miembros.

Ambos índices cumplen la condición de Pigou-Dalton y la de independencia de bienestares. Esta última propiedad, y otras de separabilidad, dan a estos índices importantes ventajas para el estudio de la estructura de la desigualdad, como veremos en el capítulo VII.

La diferencia más importante entre los dos índices es su sensibilidad ante transferencias. El índice ponderado con ingresos se reduce lo mismo con una transferencia de 1 peso de un ingreso de 100 000 a otro de 20 000 que con la misma transferencia entre dos ingresos de 10 000 y 2 000. En cambio el índice ponderado con población da gran peso

a transferencias de ingresos bajos: la ponderación es proporcional, de tal manera que una transferencia de 1 peso entre un ingreso de 10 000 y otro de 1 000 tiene 10 veces más importancia que una transferencia del mismo monto entre dos ingresos 10 veces mayores.

El conjunto de índices anteriores es sólo una muestra de los más conocidos. El propósito de exponerlos es dar al lector una idea de la conexión entre los criterios que se quieren del índice y sus fórmulas correspondientes. Pero lo más importante es detectar propiedades indeseables muchas veces ocultas en las fórmulas. Como habrá podido apreciarse, a varios de estos índices pueden ponerse objeciones importantes sobre su significado normativo; entre ellos se encuentran algunos muy conocidos como la varianza y sus derivados, el índice de Gini y la varianza de logaritmos. No obstante, predomina su uso en aplicaciones empíricas. En el capítulo siguiente se hace un análisis más a fondo de las propiedades normativas de las fórmulas y se presenta un conjunto de índices de reciente desarrollo, basados en procedimientos más rigurosos que hacen transparente el sentido de las comparaciones de desigualdad.

### *Lecturas recomendadas*

En el capítulo 2 de Sen [41] encontrará el lector un análisis de las propiedades de la mayoría de los índices examinados en el presente capítulo. En Kolm [40], Dasgupta *et al.* [18] y Rothschild y Stiglitz [60] aparecen expuestas las propiedades de algunos otros índices, en especial el de Gini, la varianza de logaritmos y la varianza. Estas últimas referencias contienen varias de las contribuciones teóricas más importantes y recientes sobre el tema. En Yitzhaki [83] aparece una interpretación del índice de Gini desde el punto de vista del bienestar.

En la conocida obra de Theil [73], aparecen expuestas la teoría de la información y diversas aplicaciones a la economía y la econometría. En especial en los capítulos 1, 2 y 4 se examinan las aplicaciones de dicha teoría al estudio de la desigualdad del ingreso.

Sobre el significado de la curva de concentración y su relación con la curva de Lorenz véase Kolm [40]; véase también Jasso [36] sobre el uso de la función acumulativa inversa como procedimiento de inspección del orden de Lorenz.

## V

### La desigualdad como malestar

#### *Índices con juicios de valor explícitos*

La desigualdad puede evaluarse con fórmulas como las descritas en el capítulo anterior, cuyos supuestos normativos pueden posteriormente hacerse explícitos. Durante mucho tiempo éste ha sido el procedimiento de los estudios sobre desigualdad. La investigación en los últimos años ha orientado el análisis en el sentido contrario, que es empezar por las definiciones descriptivas y normativas que el investigador quiere, para después obtener de ellas las fórmulas pertinentes. En realidad, la investigación moderna ha revivido las formas de estudio de la desigualdad tal como fueron planteadas desde fines del siglo XIX, directamente como el problema de evaluar el bienestar. En este capítulo se presentan índices derivados en esta segunda forma.

El rasgo distintivo de los índices del presente capítulo es que todos ellos contienen parámetros para alterar su sensibilidad ante transferencias, que el investigador debe proporcionar. Cada índice es en realidad una familia de índices, mientras que los del capítulo previo son fórmulas con estructura de ponderaciones fijas. La ganancia es entonces doble. Por una parte, el criterio de ponderación de transferencias es explícito; por otra una fórmula abarca un conjunto muy amplio de criterios. El procedimiento permite además destacar propiedades muy importantes de los índices que hasta hace poco no habían sido analizadas.

#### *Índice de Dalton*

De acuerdo con los planteamientos de Dalton, la desigualdad debería medirse como la proporción que el bienestar alcanzado con los bienes y servicios existentes, representa del bienestar máximo posible con los bienes existentes. Este último se obtendría si esa producción se distribuyera por igual:

Bienestar derivado de la distribución del ingreso observada  
Bienestar en igualdad de ingresos

$$D = U(y)/nU(\bar{y})$$

Esta relación define un índice general de igualdad: mientras más se acerque la distribución a la igualdad, mayor será el bienestar alcanzado, y por lo tanto mayor será el cociente. Esto será cierto si la fórmula tiene interconstruida una preferencia por la igualdad, de tal modo que el bienestar sea mayor mientras menores sean las disparidades de ingresos. Falta por especificar la forma de calcular el bienestar, para lo cual Dalton acude al principio utilitarista de que el bienestar es una suma de bienestares individuales, con el supuesto de que todos los individuos tienen la misma función  $U$  del ingreso  $y_i$ .

Con la función logarítmica, cuya forma cóncava fue examinada en el capítulo IV, la fórmula específica de este índice es

$$D_D = \sum_{i=1}^n \log y_i / n \log \bar{y}.$$

Esta fórmula mide igualdad; mientras menos disparidades de ingresos existan mayor será el valor del índice, que varía entre 0 cuando la desigualdad es máxima y 1 en el caso de igualdad. El bienestar de cada individuo es el logaritmo del ingreso correspondiente. La fórmula anterior es análoga al coeficiente de Theil ponderado con ingreso, que puede escribirse

$$T_p = \sum_{i=1}^n q_i \log(q_i/p_i) = \sum_{i=1}^n y_i \log(y_i/\bar{y}),$$

salvo que este último es función de diferencias entre logaritmos de ingresos, mientras que la formulación de Dalton es un cociente.<sup>24</sup>

*Índices basados en ingresos equivalentes*

Otra forma de definir la desigualdad, desarrollada en detalle por Atkinson, es tomando como base el ingreso que, distribuido por igual, daría el mismo nivel de bienestar que la distribución existente. La idea es que, sin desigualdad, la comunidad alcanzaría el mismo nivel de bienestar con menos ingreso, o en general con menos esfuerzo productivo.

<sup>24</sup> Véase Shorrocks [65].

En esta acepción, la desigualdad es un fenómeno de desaprovechamiento del ingreso en el logro del bienestar, tal como se explicó al principio del capítulo IV. Compárese esta idea con el viejo dilema entre igualdad y eficiencia, por el cual toda redistribución del ingreso tiene el efecto de reducir el ingreso total, según se explicó en el capítulo I en relación con el criterio de oportunidades. Si reducir desigualdad y producir más son fenómenos equivalentes en cuanto a bienestar colectivo, el dilema anterior pierde importancia. En una redistribución, el bienestar sacrificado por quienes ceden ingresos sería menor que la elevación del bienestar de los beneficiarios de las transferencias. La ganancia compensaría el descenso en la producción de bienes y servicios provocado por la redistribución.

De acuerdo con estas consideraciones, el ingreso equivalente  $y_E$ , es aquel que, distribuido por igual, ocasiona un nivel de bienestar igual al observado. Si el bienestar total del grupo es  $B(y_1, y_2, \dots, y_n)$ , donde  $y_1, y_2, \dots, y_n$  es la distribución del ingreso existente, y  $n$  es el número de habitantes, se quiere encontrar  $y_E$  tal que

$$B(y_E, y_E, \dots, y_E) = B(y_1, y_2, \dots, y_n)/n$$

De este modo, el bienestar que obtendría el grupo si todos los ingresos fuesen iguales a  $y_E$ , sería el mismo que el bienestar que resulta de la distribución observada. Si la función  $B$  es cóncava, el ingreso equivalente  $y_E$  será siempre menor que el ingreso medio.<sup>25</sup> Para poder hacer este cálculo del ingreso medio, es indispensable el supuesto de que la función de bienestar social cumpla la condición de independencia de bienestares. En el caso particular en el que  $B$  se define como una suma de bienestares individuales, donde cada uno es una función  $U$  de cada ingreso e igual para todos, entonces

$$nU(y_E) = \sum_{i=1}^n U(y_i)$$

es decir,

$$U(y_E) = \sum_{i=1}^n U(y_i)/n$$

<sup>25</sup> Esto se debe a que el saldo neto de bienestares de una transferencia de un ingreso cualquiera a favor de otro menor es positiva, tal como fue explicado en la gráfica 4.1.

La función  $U$  es la misma para todos los miembros del grupo y la suponemos de forma cóncava; no es una función de utilidad, sino una función de evaluación del bienestar individual desde el punto de vista del analista. La concavidad de  $U$  introduce en la suma de bienestares una preferencia por la igualdad: toda transferencia de un ingreso cualquiera a otro menor eleva el bienestar; el bienestar del grupo alcanza el máximo cuando todos sus miembros reciben el mismo ingreso (el ingreso medio).

El índice de desigualdad en términos del ingreso equivalente puede definirse en términos absolutos como

$$I_A = \bar{y} - y_E,$$

o en términos relativos:

$$I_R = 1 - y_E/\bar{y}$$

En cualquiera de las dos formas, el índice mide desigualdad. En el caso de igualdad, el ingreso equivalente es igual al ingreso medio, y los dos índices son cero. En el caso del índice absoluto, cuando la desigualdad es máxima el ingreso equivalente es cero y el índice es igual al ingreso medio: la desigualdad es tal que el ingreso no ocasiona bienestar alguno. La diferencia entre el ingreso medio y el ingreso equivalente mide el ingreso que podría eliminarse a cambio de igualar los ingresos de todos, sin que el bienestar del grupo se redujera. Nótese que una redistribución del ingreso en estos términos siempre deberá incluir a los ingresos inferiores, ya que de otro modo no habría posibilidad de aumento de ningún bienestar individual.

En el caso del índice relativo, el cociente  $y_E/\bar{y}$  es un índice de aprovechamiento del ingreso desde el punto de vista del bienestar; es la proporción del ingreso que “rinde” bienestar. Es un cociente de ingresos, no de bienestares como en el caso de la fórmula de Dalton. El índice  $I_R$  es entonces la proporción del ingreso que la desigualdad hace redundante, que podría dejar de producirse a cambio de igualar ingresos.

La forma específica del índice dependerá de la forma de la función  $U$  que se adopte, dentro de todas las funciones cóncavas. Por ejemplo, Atkinson adopta una función de la forma

$$U(y_i) = A + B (y_i^{1-r})/(1-r)$$

donde  $A$ ,  $B$  y  $r$  son parámetros; este último determina la curvatura de

la función, de tal modo que su forma es cóncava cuando  $r > 0$ . Esta función es una versión generalizada de la transformación logarítmica; transforma los ingresos a una escala proporcional arbitraria. La función logarítmica es el caso especial de  $U$  cuando  $r = 1$ . Cuando  $r$  es 0, la función se convierte en una función lineal. Mientras mayor es  $r$ , más acentuada es la curvatura de  $U$ , más rápido se reduce el bienestar que cada individuo obtiene de una unidad adicional de ingreso.

Al calcular el ingreso equivalente con la función anterior, y sustituir el resultado en  $I_A$  e  $I_R$ , se obtiene:

$$I_{DA} = \bar{y} - (\sum y_i^{1-r} (1/n))^{1/1-r}$$

para el índice absoluto. Para el caso del índice relativo, la fórmula es

$$I_{DR} = 1 - y_E/y = 1 - (\sum (y_i/\bar{y})^{1-r} (1/n))^{-1/1-r}$$

Ambas fórmulas corresponden al caso de  $n$  individuos. En general, la fórmula se aplica a poblaciones clasificadas por estratos de ingresos, sustituyendo la proporción de individuos en el estrato ( $q_i$ ) en lugar de  $1/n$ . Por ejemplo, para el índice relativo, su equivalente en distribuciones agrupadas por estratos sería:

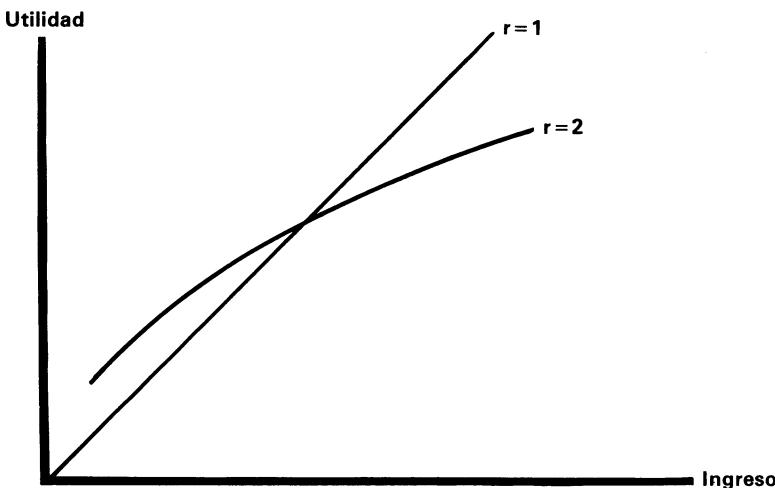
$$I_{DR} = 1 - y_E/y = 1 - [\sum (y_i/\bar{y})^{1-r} (q_i)]^{1/1-r}$$

Queda al analista calibrar el valor de  $r$ , que define su “aversión a la desigualdad”, en este caso relativa. Para este propósito, Atkinson ofrece la interpretación siguiente, definida por analogía con las teorías de aversión al riesgo. Mientras mayor es  $r$  mayor es la cantidad de ingreso que estemos dispuestos a perder en transferir un peso de un rico a un pobre. Por ejemplo, cuando  $r$  es 1, estamos dispuestos a quitar un peso a un individuo que tiene el doble de ingreso que otro para hacer llegar 50 centavos al de ingreso menor. Si  $r$  es 2, estamos dispuestos a perder 75 centavos para hacer llegar 25 al más pobre.

#### *Otra vez bienestares e ingresos*

El índice de Atkinson tiene ciertas características con respecto a lo que sucede al calibrar el valor de  $r$ , que traen de nuevo a discusión lo dicho hasta ahora sobre la relación entre bienestar y distribución del ingreso.

Antes de examinar este punto, conviene recordar lo que se dijo acerca del orden de Lorenz en el capítulo III. Se explicó que cuando una distribución del ingreso difiere de otra por un conjunto de transferen-



GRAFICA 5.1

cias puras, regresivas o progresivas, todo índice que cumpla los requisitos mínimos de simetría y de preferencia por la igualdad, dará siempre el mismo resultado. En el índice de Atkinson, que desde luego cumple con estas dos condiciones (salvo cuando  $r$  es 0), cuando dos distribuciones cumplen con el orden de Lorenz (de que las curvas no se corten) el valor de  $r$  es irrelevante, con tal que sea mayor que 0. Cuando se cumple el criterio de Lorenz, el índice de Atkinson dará el mismo resultado, con cualquier valor positivo de  $r$ , que cualquier otro índice simétrico y que cumpla con la condición de Pigou-Dalton.

Cuando las curvas de Lorenz se cortan, el índice de Atkinson dará niveles de desigualdad opuestos, según los valores de  $r$  que se seleccionen. Si  $r$  es pequeño, por ejemplo .1, el índice de Atkinson dará más peso a las diferencias de ingresos altos, y si es grande dará más peso a las de ingresos bajos. El índice registrará más desigualdad al aplicarse a una misma distribución mientras mayor sea  $r$ . En el caso extremo, cuando  $r$  es 0, el índice de Atkinson será nulo: el índice señalará que la desigualdad es nula, aun cuando los ingresos sean diferentes.

Cuando  $r$  es 0, la fórmula que define el “bienestar” individual se convierte en una línea recta; cuando  $r$  es muy grande, dicha función adquiere una curvatura acentuada. Véase para ello la gráfica 5.1. Esto significa que cuando  $r$  es cero, y por lo tanto, la desigualdad también, el intervalo de variación y las distancias entre los bienestares son máxi-

mos, y se reducen a medida que  $r$  crece. Dicho en otras palabras, cuando damos poca importancia a la desigualdad, las disparidades de bienestares son muy grandes, y lo contrario sucede cuando damos mucha importancia a la desigualdad. Este comportamiento del índice es contradictorio, y la causa es que  $r$  varía en forma inversa con la *suma* de bienestares: cuando  $r$  es pequeña hay mucho bienestar, y poco cuando  $r$  es grande; al mismo tiempo, lo contrario sucede con las *distancias entre los bienestares*.

La situación es análoga a lo que sucede cuando se dice que hay un umbral a partir del cual el ingreso ya no acarrea bienestar; que, por ejemplo, en nada mejora un millón de pesos más a quien ya tiene cien. Mejor dárselos a los pobres, porque su bienestar sí se eleva sustancialmente. Esta idea, lleva al mismo tiempo la afirmación de que las diferencias de bienestar entre ricos y pobres después de todo no son tan altas, que el bienestar total es bajo y por lo tanto el margen de desigualdad de bienestares también. Por lo tanto, al evaluar la desigualdad con este principio, encontraremos un enorme desperdicio de ingreso —muchísima desigualdad— pero a cambio de suponer que las diferencias de bienestares individuales son pequeñas. Esta contradicción pone de relieve que en índices como el de Atkinson y otros que veremos en un momento, predomina el peso de las premisas normativas a tal grado que podemos hacer que la función no registre desigualdad aunque la haya, o que registre un grado arbitrariamente alto ante cualquier diferencia ligera entre un ingreso y los restantes.

### *Desigualdades absoluta y relativa*

Hemos visto varios índices, y algunas de sus propiedades. Muchos de ellos dan lugar a otros, o se presentan en diferentes formas. En general, el aspecto más importante de los índices relacionado íntimamente con la forma como ponderan las transferencias a distintos niveles de ingreso, es la manera como incorporan o aíslan el tamaño del ingreso y la población. Para todos los índices de desigualdad relativa, las disparidades de los ingresos son independientes del ingreso medio. La desigualdad tiene la misma importancia en una comunidad rica que en una comunidad pobre. Para muchos estudiosos del tema, el hecho de medir la desigualdad relativa constituye un mérito de los índices por las numerosas ventajas prácticas que ofrece: permite comparar un país rico con uno pobre, o un mismo país en dos momentos de tiempo muy distantes entre sí, cuando el ingreso medio y la población han sufrido

grandes cambios. Todo esto sin necesidad de aislar cambios en los precios, en la canasta de bienes, demográficos, etc. Sin embargo, la ganancia de hacer comparaciones de desigualdad relativa se logra a cambio de una pérdida significativa de la relevancia de la comparación.

Además, y esto es más importante, aislar el ingreso medio en las comparaciones de desigualdad equivale a adoptar un juicio de valor adicional a los ya explicados. Este supuesto normativo está relacionado de cerca con la característica más importante de un índice, que es su comportamiento ante adiciones o reducciones de ingreso, que fue discutida en el capítulo III al examinar el concepto de convexidad. Los índices relativos tienen la propiedad de que, al multiplicarse los ingresos por una constante, registran el mismo nivel de desigualdad que antes. En estos índices hay la misma desigualdad entre 100 y 10,000 pesos, que entre 1 millón y 100 millones de pesos.

Este supuesto normativo se observa, por ejemplo, en las negociaciones laborales que piden aumentos proporcionales uniformes; la norma respecto de la desigualdad salarial en estos casos es que no importa la distancia absoluta entre los ingresos, sino la desigualdad relativa.<sup>26</sup> Igual creencia está implícita cuando se cita el crecimiento del Producto Interno Bruto (PIB) por habitante como indicador de progreso económico. Aun cuando el crecimiento fuese uniforme, no es lo mismo elevar en 5 o 6% el ingreso de un peón de albañil que el de un gerente.

Por razones análogas a las anteriores, los índices relativos registran un descenso en la desigualdad cuando ocurren aumentos absolutos uniformes en el ingreso. Por ejemplo, de acuerdo con el índice de Gini, con la varianza de logaritmos o con el índice de Atkinson, un aumento uniforme de 1 000 pesos en el ingreso familiar, reduciría la desigualdad, porque esa cantidad significa mucho más en términos relativos para quien tiene un ingreso de 1 000 pesos que para quien tiene un ingreso de un millón. Un mismo monto absoluto de ingreso representa proporciones menores mientras mayores sean los ingresos, lo cual reduce las distancias relativas entre los mismos. Pero visto en su otro ángulo, elevar al doble el ingreso de quien tiene 1 000 pesos y el de quien tiene un millón, no afecta el valor de índices como el anterior. Las adiciones absolutas uniformes mantienen constantes las distancias absolutas entre los ingresos y reducen las distancias relativas, mientras que

<sup>26</sup> Keynes [39], cap. 1, utiliza esta idea como argumento en contra de la creencia de que las negociaciones laborales tienen como consecuencia única elevar el salario real.

los aumentos proporcionales uniformes mantienen constantes las distancias relativas y hacen crecer las absolutas.

La varianza y la desviación estándar tienen la característica opuesta al índice de Gini; permanecen constantes cuando se añaden montos absolutos uniformes de ingreso, y aumentan cuando los ingresos se elevan en una proporción uniforme. Sin embargo, según se explicó en el capítulo IV, la forma de ponderar transferencias de estos índices los hace objetables como medidas de desigualdad. El coeficiente de variación, en cambio, se reduce ante aumentos absolutos uniformes en los ingresos y permanece constante ante aumentos equiproporcionales.

### *Izquierda, centro y derecha*

Un conocido autor sobre estos temas llama “derechistas” a los índices cuyo valor permanece constante ante aumentos equiproporcionales en los ingresos, e “izquierdistas” a los que permanecen constantes ante aumentos absolutos uniformes.<sup>27</sup> En esta acepción, la preferencia social de la “derecha” es menos exigente: una elevación absoluta uniforme de los ingresos no significa avance para la izquierda, pero sí para la derecha.

El índice a continuación, deducido por el autor citado:

$$I_{IA} = (1/a) \log (1/n) \sum_{i=1}^n [\exp (a(\bar{y} - y_i))]$$

cumple con los criterios de simetría y transferencias, y su valor permanece fijo ante adiciones absolutas y uniformes de ingresos. En esto último, tiene las mismas propiedades que la varianza y la desviación estándar. En el índice “izquierdista” anterior,  $a$  es un parámetro que calibra la importancia que el analista decide atribuir a la desigualdad absoluta, en forma semejante al índice de Atkinson; en esta fórmula el coeficiente  $a$  es un factor de amplificación de las desviaciones de los ingresos con respecto al promedio. Dentro del símbolo de suma se hace una transformación exponencial (el antilogaritmo) de las diferencias de ingresos amplificadas por  $a$ , que se promedian para luego revertir la transformación (tomar el logaritmo de la suma y dividirlo por  $a$ ). El lector descubrirá que varios de los índices examinados hasta ahora hacen algo semejante; son sumas de funciones a las que luego se aplica la función inversa (véanse, por ejemplo, la varianza, la desviación estándar y el índice de Atkinson).

<sup>27</sup> Kolm [40].

Para aplicar la fórmula a distribuciones agrupadas en estratos, basta con remplazar  $1/n$  por la proporción de población en cada estrato:

$$I_{IA} = (1/a) \log (1/n) \sum_{i=1}^n [\exp (a(\bar{y} - y_i))] p_i$$

donde  $p_i$  es la proporción de población en el estrato  $i$ .

Los índices como el anterior, que permanecen constantes cuando los ingresos se elevan en montos absolutos uniformes, no registrarían igualdad de ingresos aun cuando a la distribución inicial se le hicieran adiciones absolutas enormes. Por ejemplo, la desigualdad en la distribución (1,2,3), sería la misma que en la distribución (100001,100002,100003). Estos índices sólo registran descenso en la desigualdad si se hacen adiciones absolutas mayores a los ingresos menores. El criterio es el análogo inverso de los criterios fiscales progresivos, donde el gravamen es una proporción creciente del ingreso. Sin embargo, en el caso tributario se trata de una reducción del ingreso, mientras que en el presente se trata de un aumento. Ésta es precisamente su característica izquierdista.

Véase ahora el índice

$$I_{CA} = \bar{y} + k - [(1/n) \sum_{i=1}^n (y_i + k)^{1-r}]^{-1/1-r}$$

ideado también por Kolm, que cumple criterios “centristas”: descende ante aumentos uniformes absolutos, y se eleva ante aumentos uniformes relativos.<sup>28</sup> Queda a medio camino entre la izquierda y la derecha. Este último índice, que mide la desigualdad en términos absolutos, tiene dos parámetros,  $k$  y  $r$ , que el analista debe especificar. Estos parámetros permiten al analista definir su aversión a la desigualdad ante adiciones absolutas y proporcionales. Mientras mayor es  $k$ , menos descenso en la desigualdad (y menos desigualdad) registra la fórmula ante adiciones absolutas uniformes; mientras mayor es  $r$ , mayor es también la respuesta del índice ante adiciones proporcionales uniformes, en forma análoga al parámetro del índice de Atkinson.

Los índices izquierdista y centrista, igual que el de Atkinson, parten de la definición de ingreso equivalente uniformemente distribuido. Son, por lo tanto, susceptibles de interpretación como desperdicio de ingreso en el bienestar del grupo. Cumplen con los criterios de simetría, transferencias, y ponderación decreciente de transferencias.

<sup>28</sup> Véase Kolm [40].

De todos los índices pueden obtenerse sus versiones relativas y absolutas, aunque en algunos casos la interpretación puede resultar complicada. Del índice de Atkinson, por ejemplo, puede obtenerse el índice de desigualdad absoluta correspondiente, simplemente multiplicándolo por el ingreso medio:

$$I_{DA} = I_{DR} \bar{y}$$

En esta expresión,  $I_{DA}$  es el índice de Atkinson descrito antes, pero ahora se han añadido los subíndices D y R para designar que es “derechista” y relativo, respectivamente. Ante una elevación proporcional uniforme de los ingresos,  $I_{DR}$  permanece constante, pero el ingreso medio se eleva, de tal manera que la desigualdad absoluta,  $I_{DA}$ , aumenta en la misma proporción en la que se eleven los ingresos. El efecto de cambios absolutos uniformes es variable; reduce el índice relativo, pero eleva el ingreso medio.

El índice izquierdista, por su parte, puede dividirse por el ingreso medio para convertirlo a su forma relativa:

$$I_{IR} = I_{..} / \bar{y}$$

Ante adiciones absolutas uniformes,  $I_{IA}$  permanece constante y  $\bar{y}$  aumenta, por lo cual  $I_{IR}$  desciende. Ante aumentos proporcionales uniformes el efecto es equivalente al de elevar el parámetro a, es decir, el valor de  $I_{IR}$  aumenta.

El índice de Theil ponderado con población es una transformación del índice de Atkinson cuando el parámetro  $r$  de éste es igual a 1. Si llamamos  $y_E(1)$  al ingreso equivalente obtenido del índice de Atkinson con  $r = 1$ , entonces el índice de Theil-población es

$$T_p = \log (1/(1-I_{DR})) = \log (\bar{y}/y_E(1))$$

El índice de Theil ponderado con población mide la desigualdad como el logaritmo de la proporción en la que el ingreso medio excede al ingreso equivalente del de Atkinson con  $r = 1$ ; esta última condición corresponde al supuesto de una función de evaluación logarítmica del de Atkinson. Mientras mayor es dicho exceso, mayor es también la desigualdad.

Cuando el ingreso equivalente es igual al ingreso promedio, el índice de Theil es cero. En el otro extremo el índice de Theil ponderado

con población tiene “límite” infinito. Esta relación muestra también que el índice de Theil da a la desigualdad más importancia que otros índices, como el de Gini, ya que el valor de  $r = 1$  en el Atkinson da peso alto a las diferencias de ingresos bajos.

#### *Comparabilidad de Lorenz de nuevo*

En el capítulo III se explicó, y a lo largo de la exposición se ha reiterado, que cuando las curvas de Lorenz de dos distribuciones no se cortan, todos los índices de desigualdad dan el mismo orden de niveles de desigualdad. Esta afirmación es en general válida para los índices relativos (como el de Gini, el de Atkinson o el coeficiente de variación), sin importar las magnitudes de los ingresos medios de las distribuciones. Los índices para los cuales lo anterior es cierto reciben el nombre de intensivos.

Sin embargo, en el caso del índice de Atkinson multiplicado por el ingreso medio ( $I_{DA}$ ), y de las versiones absoluta y relativa del izquierdista y el centrista, la relación con el orden de Lorenz sí depende de los ingresos medios, lo cual es natural ya que la base de estos índices es una comparación de niveles de desigualdad absoluta. En estos índices, si la curva de Lorenz de una distribución A, está más cerca de la diagonal que la correspondiente a la distribución B (A domina a B), entonces la desigualdad de B será mayor que la de A, aun cuando el ingreso medio de A no exceda al de B. Dicho de otro modo, la desigualdad de la distribución dominante, la más cercana a la diagonal de igualdad, tendrá desigualdad menor aun si su ingreso medio es menor. Los índices que tienen esta propiedad reciben el nombre de subintensivos.

La descripción de los índices hecha hasta aquí es incompleta, porque omite la derivación algebraica y de análisis funcional en la que se basa cada uno de ellos. Sin embargo, se espera que las explicaciones den al lector el significado básico de cada fórmula y lo suficiente para las aplicaciones empíricas. En el capítulo siguiente se muestran algunos resultados sobre los cambios en los niveles de desigualdad global en México, que pueden ayudar a entender algunos aspectos adicionales de los índices.

#### *Lecturas recomendadas*

Las referencias al utilitarismo son las mismas que en el capítulo II, salvo que en este capítulo se incorporan los conceptos introducidos por Atkinson [7], que es ya un trabajo clásico sobre las interpretaciones

de los índices de desigualdad a partir de una función de evaluación.

La aplicación reciente del concepto de ingreso equivalente aparece en el conocido trabajo de Atkinson [7], aunque la idea apareció antes en Champernowne [14]. Sen [63] presenta la objeción a los índices cabalables presentada en el texto. En von Weizsäcker [79] aparece una aplicación interesante del índice de Atkinson.

El grueso de la exposición sobre los índices izquierdista y centrista ha sido adaptada de los dos excelentes trabajos de Kolm, [40] [41]. La interpretación del índice de Theil y su relación con el índice de Atkinson ha sido adaptada de Shorrocks [65], p. 622.

Lo expuesto hasta ahora sobre índices no incluye el coeficiente de Pareto, derivado de su conocida “ley”, y muy utilizado en diversos trabajos teóricos y empíricos. El lector interesado en este índice puede consultar Samuelson [61].



## VI

### La desigualdad en México

#### *Características generales de la información*

Veamos ahora a qué resultados conducen los índices del capítulo previo, al aplicarlos a la información existente sobre distribución del ingreso en México. Las cifras y cálculos que se presentan en las secciones siguientes se refieren todos a comparaciones globales de la desigualdad, con información de encuestas de ingresos y gastos, levantadas por diversas dependencias. Por lo voluminoso de las cifras, se ha hecho una selección de los resultados, para ilustrar las aplicaciones de los métodos y mostrar sólo las conclusiones más sobresalientes. Antes de exponer los resultados, conviene hacer una descripción breve de las características de la distribución en el año más reciente para el que se tiene información, que es 1977.

Las encuestas de ingresos y gastos obtienen por muestreo estadístico, estimaciones sobre los promedios de los ingresos y gastos por hogares en un periodo predefinido, por ejemplo en la semana o mes anterior a la encuesta. Los hogares se definen como el conjunto de personas que habitan bajo un mismo techo, y pueden constar de una o más familias, nucleares o extendidas. De la muestra se obtienen promedios por hogares, que se extrapolan después a la población conjunta y es en esta forma como suele aparecer la información difundida al público. Las estimaciones de ingresos y gastos medios se obtienen de acuerdo con una clasificación de los hogares por estratos de ingresos definidos en varias formas, por ejemplo por intervalos directos de ingreso, o por intervalos medidos por múltiplos del salario mínimo.

Otra forma muy frecuente y útil de disponer la información es por deciles de hogares, que son grupos que contienen cada uno 10% del total de hogares, dispuestos en orden creciente de ingresos medios: el primer decil contiene 10% de los hogares más pobres, el segundo decil 10% de los hogares siguientes al primero en niveles de ingreso, y así

## CUADRO 6.1

Fuentes del ingreso familiar  
México, 1977

Origen del ingreso	%	% acumulado
Remuneraciones al trabajo	70	70
Renta empresarial	23	93
Transferencias	5	98
Renta recibida de la propiedad	1	99
Otros ingresos	1	100
Total	100	

Fuente: Secretaría de Programación y Presupuesto.

Encuesta Nacional de Ingresos y Gastos de los Hogares, 1977, p. 207. México, 1980.

hasta llegar al décimo decil, que contiene 10% de la población de mayores ingresos. La diferencia más importante entre las clasificaciones por estratos de ingreso y por deciles es que en los primeros los intervalos de ingresos son fijos y la población que comprende cada uno es variable, mientras que en la clasificación por deciles sucede lo contrario. Las encuestas parten de diseños por estrato, ya que es el procedimiento donde las exigencias de diseño muestral son menos complejas.<sup>29</sup>

El ingreso monetario es una suma de partidas de dinero que los hogares declaran percibir de varias fuentes. El gasto monetario es una suma de erogaciones para la adquisición de bienes. Además de estos conceptos en dinero, los hogares obtienen y transfieren bienes y servicios en especie. De acuerdo con la encuesta más reciente, levantada en México en 1977, las fuentes de ingreso, por orden de importancia, eran las que muestra el cuadro 6.1 en forma abreviada.

Estas cifras muestran que el grueso del ingreso de los hogares proviene de ingresos por trabajo. Las fuentes no salariales, de acuerdo a la encuesta, representan 30% del ingreso total. Sin embargo, las proporciones del cuadro anterior muestran discrepancias enormes con respecto a la información de las cuentas nacionales, que registran para ese año que las remuneraciones a los asalariados eran 38.8% del PIB, proporción considerablemente menor a la de la encuesta. Aun si del

<sup>29</sup> El lector interesado en conocer el procedimiento de diseño puede consultar SPP, *Encuesta nacional de ingresos y gastos de los hogares, 1977: Apéndice metodológico*, México, 1980.

## CUADRO 6.2

Composición del gasto familiar  
México, 1977

Concepto	%	% acumulado
Alimentos, bebidas y tabaco	45.4	45.4
Transporte	11.7	57.1
Prendas de vestir	10.5	67.6
Enseres domésticos	8.2	75.8
Alquileres, electricidad	6.5	82.3
Transferencias	4.2	86.5
Otros bienes	4.1	90.6
Esparcimiento	4.0	94.6
Salud	3.3	97.9
Educación	2.1	100.0

Fuente: Secretaría de Programación y Presupuesto,  
Encuesta Nacional de Ingresos y Gastos de los Hogares, 1977, p. 207. México, 1980.

PIB se descuentan las partidas pertinentes para convertirlo en ingreso personal disponible, la proporción anterior no excede de 50, que es aun muy inferior a 70% que registra la encuesta.<sup>30</sup> Este tipo de discrepancias entre las encuestas y la contabilidad del ingreso nacional, han llevado a numerosos autores e instituciones a realizar minuciosas tareas de imputación de gastos en especie y a aplicar procedimientos para distribuir la discrepancia. Las distribuciones corregidas resultan diferentes de las originales tanto en su estructura como en el monto de los ingresos medios, ya sea por estratos o por deciles.

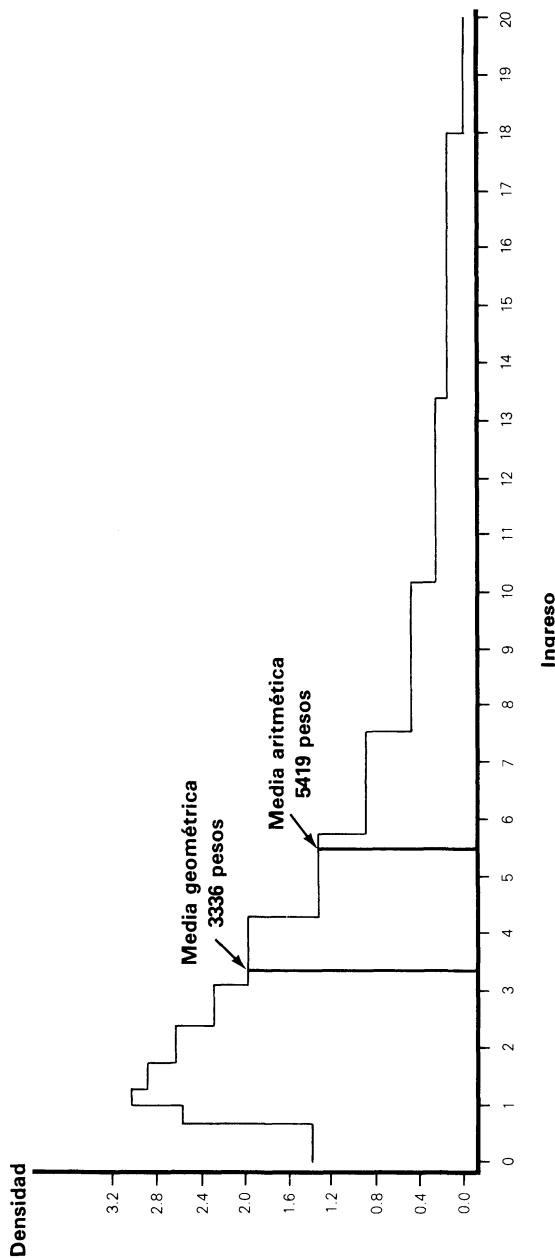
Las mismas encuestas, capturan información minuciosa sobre los gastos del hogar en el periodo de referencia. De este modo se obtiene información sobre la composición y el monto del gasto por estratos o deciles, útil para el estudio de la conducta del consumidor y como medio para cotejar los ingresos declarados. La misma encuesta, señala que la distribución del gasto de los hogares tenía, en 1977, la composición que muestra el cuadro 6.2.

Estos datos muestran claramente la importancia de alimentos, vestido, transporte, alquileres, electricidad y enseres domésticos en el consumo; ocupan más de cuatro quintas partes del gasto. Los gastos en

<sup>30</sup> Véase Zazueta [85].

## GRÁFICA 6.1

Histograma de la  
distribución del ingreso de México, 1977



los rubros restantes representan sólo 17.7% del total. El rubro de gasto educativo es el menor de todos.

Las distribución del ingreso puede disponerse gráficamente en un histograma, que es un diagrama de áreas tales que cada una representa la proporción de población cuyos ingresos caen dentro de un intervalo de ingresos, que forma la base de cada área. El eje vertical del histograma es una escala de densidades, que en este caso serían las proporciones de habitantes por unidad de ingreso. Por ejemplo, si el intervalo de ingresos es de 1 500 a 5 000 pesos, y la proporción de hogares que reciben ingresos dentro de ese intervalo es 20, el área correspondiente del histograma tendría una altura de  $20/(5\ 000-1\ 500) = 6.7$  puntos de porcentaje por cada mil pesos. La gráfica 6.1 muestra el histograma de ingresos de la encuesta citada.

La distribución de ingresos del histograma comprende a todos los habitantes, que son un conjunto muy heterogéneo de individuos. La distribución global del ingreso está compuesta por varias distribuciones de grupos de habitantes: obreros, campesinos, profesionistas, burocratas, inactivos, militares, grupos de edades, sexos, poblaciones urbanas y rurales, etc. La distribución de cada grupo tiene características propias, ocultas en el diagrama conjunto. Sin embargo, en una población como la de México, podríamos conjeturar que el histograma mostraría varios conjuntos de población distinguibles por su nivel de ingresos y número de individuos. Por ejemplo, en las zonas rurales existe una población numerosa que recibe ingresos muy bajos y en las ciudades existe un grupo numeroso de asalariados. El histograma debería, de acuerdo con nuestra conjectura, mostrar, al menos, dos prominencias —o puntos modales— representativas de los grupos de ingresos altos y bajos. Sin embargo, muestra rasgos poco interesantes. Sólo tiene un punto modal, correspondiente al tercer grupo de ingresos (de 6 001 a 8 000 pesos corrientes).

El histograma permite apreciar la concentración del ingresos de varias maneras. Una es en que el grueso de la población —aproximadamente 70%— recibe ingresos inferiores al promedio. Otra en la magnitud de la distancia entre el ingreso medio (5 419 pesos mensuales) y el ingreso más frecuente, o ingreso modal (1 185 pesos), que es de 4 234 pesos. También la distancia (o el cociente) entre el ingreso medio (aritmético) y el promedio geométrico del ingreso (3 336) es un índice de concentración. En este caso la distancia es de 2 183 pesos. En ambos casos el nivel de desigualdad está medido en términos absolutos, pero podría también medirse en términos relativos.

## CUADRO 6.3

Ingresos y gastos por deciles de hogares  
México, 1977

Decil	Ingresos por hogar	Gasto por hogar	
I	2 435	2 743	Gastos mayores
II	5 664	5 877	que
III	8 587	8 829	los ingresos
IV	12 027	11 953	
V	16 157	15 730	
VI	20 470	19 882	
VII	26 388	25 312	
VIII	34 673	33 068	Gastos menores
IX	49 223	45 600	que
Xa	70 720	66 001	los ingresos
Xb	132 821	123 818	
Promedio	27 740	123 896	

Nota: Xa y Xb se refieren al primero y segundo 5% del último decil, respectivamente.

Fuente: Secretaría de Programación y Presupuesto,

Encuesta Nacional de Ingresos y Gastos de los Hogares, 1977, Cuadro T.1.2. México, 1980.

### *Ingreso, gasto y ahorro*

El ingreso de los hogares se dirige al consumo y al ahorro. El gasto en consumo es directamente el reflejo del bienestar material corriente. El ahorro es acumulación de riqueza familiar de la cual obtener bienestar futuro.

Al comparar los ingresos con los gastos declarados por los hogares, aparece el hecho, común en la mayoría de las encuestas, de que una proporción importante de los hogares declara gastos mayores que los ingresos. Esto puede apreciarse en el cuadro 6.3.

Las cifras del cuadro muestran que 40% de los hogares declararon gastos mayores que los ingresos, es decir, ahorro negativo o desahorro. Esto se debe en parte a errores de observación (subdeclaración de ingresos) de las encuestas, y en parte a que los hogares declaran consumos en especie que no tienen un asiento en las partidas de ingresos. En cualquier circunstancia, la proporción de ingreso destinado al aho-

## CUADRO 6.4.

Características de los hogares  
México, 1977

<i>Decil</i>	<i>Miembros por hogar</i>	<i>Perceptores por hogar</i>	<i>Personas con educación superior por millar de hogares</i>	<i>Personas sin instrucción por millar de hogares</i>
I	4.0	1.1	.3	608
II	4.9	1.3	1.5	473
III	5.2	1.3	2.3	381
IV	5.7	1.5	1.7	359
V	5.7	1.4	6.8	261
VI	5.7	1.5	10.1	215
VII	6.0	1.6	17.1	154
VIII	6.1	1.7	49.9	151
IX	6.0	1.8	95.5	106
X	6.1	2.1	287.6	55
Promedio	6.5	1.5	47.3	276

Fuente: Secretaría de Programación y Presupuesto,  
Encuesta Nacional de Ingresos y Gastos de los Hogares, 1977, cuadro T.1.3, México, 1980.

arro se eleva con el ingreso medio por hogar, de tal modo que la desigualdad de ingresos es mayor que la desigualdad de gastos de consumo. Es decir, gran parte de la desigualdad del ingreso se debe a la desigualdad del ahorro.

Por último, véase el cuadro 6.4, que contiene otras características interesantes de la población de acuerdo a la misma encuesta.

En las primeras dos columnas del cuadro se aprecia que el número de miembros por hogar es mayor mientras mayor es el ingreso, y lo mismo es cierto del número de perceptores. Los hogares más pobres apenas tienen más de un perceptor, mientras que los más ricos tienen más de dos. La relación de número de perceptores a número de miembros de los hogares es de 4 miembros por perceptor de ingresos en todos los deciles hasta el noveno; en el decil más rico la relación se reduce a 3 miembros por perceptor. Estos hechos sugieren varias relaciones entre la composición de la familia y el nivel de ingresos.

Los niveles educativos tienen una correlación muy evidente con el nivel de ingresos, tal como muestran las dos últimas columnas del cuadro. El número de personas con educación superior completa o incom-

pleta por cada mil hogares se eleva sustancialmente en el último decil, y lo contrario se observa en la última columna.

### *Comparaciones de desigualdad global*

Veamos ahora qué resultados arrojan las cifras sobre distribución del ingreso en México, al aplicar los índices expuestos hasta ahora. La unidad cuya posición de bienestar se ha examinado en los capítulos anteriores es el individuo. Para la mayoría de los fines de análisis, la desigualdad de interés es la individual y no la de hogares o familias.<sup>31</sup> Sin embargo, la información no permite hacer comparaciones que cubran el periodo de tiempo comprendido desde la primera encuesta publicada, hasta la más reciente. Por esta razón se ha decidido utilizar información sobre hogares, de tal modo de mantener la comparabilidad en este sentido. La información sobre la distribución del ingreso de México utilizada en los cálculos siguientes proviene toda de encuestas de ingresos y gastos levantadas por varias dependencias. Existen encuestas de este tipo para los años de 1950, 1956, 1958, 1963, 1968, 1970, 1975 y 1977. Para cada una de las encuestas existen luego numerosas versiones corregidas y tabulaciones especiales. Esto dificulta la selección de los resultados, porque hace necesario estudiar la naturaleza de las correcciones elaboradas por varios autores y dependencias, y multiplica considerablemente el número de comparaciones posibles.

En lugar de acudir a tediosas inspecciones de la información, se ha optado por examinar las características de las distribuciones mediante los índices mismos. Se verá que los resultados dependen más de los índices que de la información, es decir, que la magnitud de las correcciones necesitaría ser muy importante para cambiar la dirección de los resultados. Por lo voluminoso de la información, los cálculos se ilustran mediante gráficas. El apéndice A de este capítulo contiene cálculos ilustrativos de algunos de los índices calibrables descritos en el capítulo V; el apéndice B, los valores de los índices con los cuales han sido construidas las gráficas de las secciones siguientes y el apéndice C, cuadros que resumen la información utilizada.

Cabe subrayar lo explicado reiteradamente en los capítulos III a V respecto del sentido ordinal de las comparaciones. Las magnitudes de los índices interesan sólo en el sentido de que definen un orden de niveles de desigualdad de las distribuciones, pero las diferencias entre las magnitudes no tienen significado. Por esta razón, las gráficas de las

<sup>31</sup> Véase Wiles [82].

secciones siguientes muestran sólo las posiciones ordinales de la desigualdad en cada año.

### *Desigualdad relativa*

Empecemos entonces por las comparaciones de niveles de desigualdad relativa, con todos aquellos índices en los que se aísla de la comparación el tamaño del ingreso.

*Información original por estratos y deciles.* Las gráficas 6.2 a 6.11 muestran la posición ordinal de las distribuciones del ingreso en México entre 1950 y 1977, de acuerdo al coeficiente de variación, la varianza de logaritmos, el coeficiente de Gini, el índice de Theil ponderado con ingreso, y el índice de Theil ponderado con población, aplicados a los datos originales, por estratos y por deciles.<sup>32</sup> Tal como se indica en la gráfica, en la columna izquierda aparecen los índices calculados con información por estratos, y las de la columna derecha los índices calculados con información por deciles. De este modo podemos apreciar el efecto de la agrupación de los ingresos.

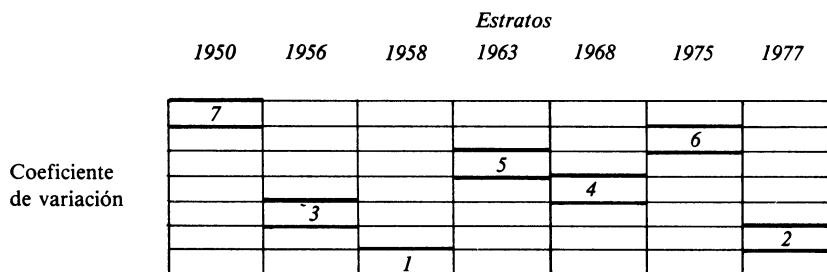
Las curvas de Lorenz se cortan en todas las comparaciones binarias de los años comprendidos en las gráficas, salvo en aquellas que contienen el año 1975. Por ello, prácticamente todas las comparaciones están sujetas a las reservas que tiene la estructura particular de ponderaciones de los índices utilizados.

Las diez gráficas muestran oscilaciones en los niveles de desigualdad. En todos los índices, salvo por la varianza de logaritmos, se observa un descenso de los niveles de desigualdad durante el decenio de los años cincuenta. La varianza de logaritmos muestra en cambio un ascenso entre 1950 y 1956, y después un descenso entre 1956 y 1958. En todas las gráficas se observa una fluctuación ascendente del nivel de desigualdad durante el decenio de los años sesenta. Sólo el coeficiente de variación, en los datos por deciles, muestra una elevación sostenida del nivel de desigualdad durante esos años. En todas las gráficas por deciles, salvo por el coeficiente de variación y el índice de Theil ponderado con ingreso, se observa un nivel de desigualdad mayor en el decenio de 1960 que en el de 1950. De esto último inferiríamos que los niveles de desigualdad global tenían un comportamiento ascendente entre estos dos decenios.

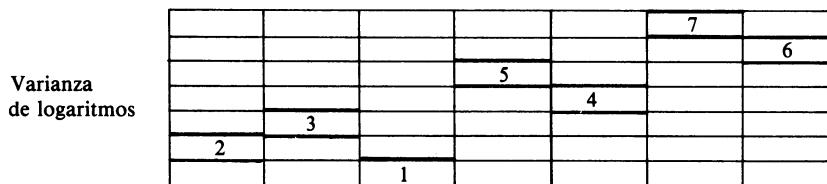
En cinco de las gráficas se observa un nivel de desigualdad bajo en

<sup>32</sup> Por razones de comparabilidad, las comparaciones no incluyen la encuesta de 1970.

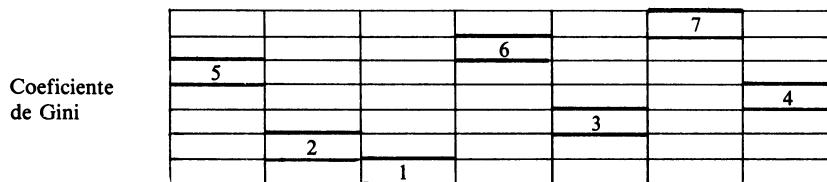
Niveles de desigualdad de acuerdo con varios índices  
Información original



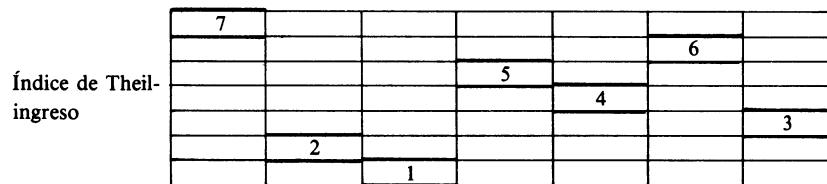
Gráfica 6.2



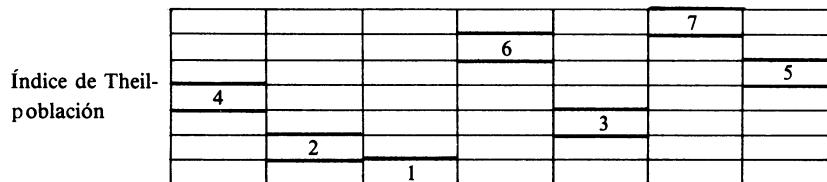
Gráfica 6.3



Gráfica 6.4



Gráfica 6.5

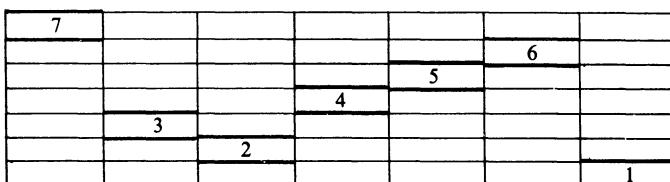


Gráfica 6.6

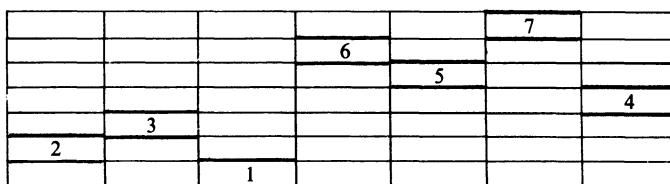
Niveles de desigualdad de acuerdo con varios índices  
 Información original

*Deciles*

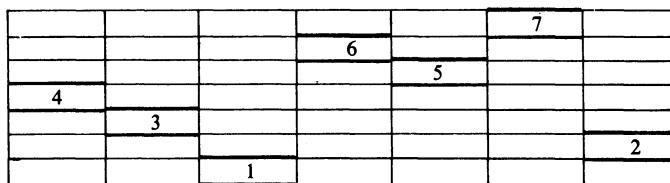
1950	1956	1958	1963	1968	1975	1977
------	------	------	------	------	------	------



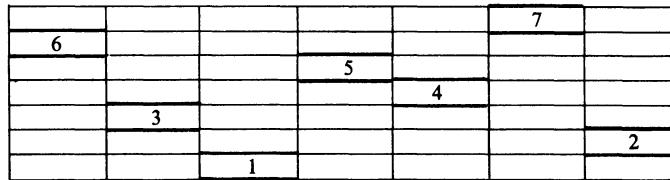
Gráfica 6.7



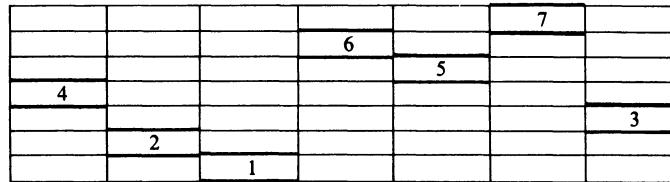
Gráfica 6.8



Gráfica 6.9



Gráfica 6.10



Gráfica 6.11

el año de 1977, y en otras tantas un nivel de desigualdad alto en 1950. En todas las gráficas, salvo dos (el coeficiente de Theil ponderado con ingresos con información por estratos y la varianza de logaritmos calculada por deciles), el nivel de desigualdad de 1977 es menor que el de 1950. Sobre todo en las gráficas por deciles se observa un nivel de desigualdad bajo en 1977. De lo anterior concluiríamos que la tendencia general de la desigualdad fue creciente entre los dos primeros decenios y decreciente en el último.

Sin embargo, vemos que los índices que dan más importancia a la desigualdad de ingresos bajos —la varianza de logaritmos y el índice de Theil ponderado con ingreso— muestran una tendencia creciente de los niveles de desigualdad. Esta conclusión es más evidente en el caso de la varianza de logaritmos con información por estratos (gráfica 6.3).

Sólo el coeficiente de variación, que da más peso a las transferencias de ingresos altos, muestra una tendencia decreciente de los niveles de desigualdad, si sólo tomamos en cuenta los años de 1950 y 1977.

El único hecho común a todas las gráficas es el patrón de fluctuación de los niveles de desigualdad. Las tendencias dependen del índice que se utilice, es decir, del juicio normativo que introduzca el analista.

Las gráficas 6.12 a 6.20 muestran ahora los niveles de desigualdad con la misma información que las anteriores, pero esta vez de acuerdo con el índice de Atkinson, para varios valores del parámetro de aversión a la desigualdad.

En primer lugar se observan varias coincidencias con las gráficas previas: el índice de Atkinson con parámetro de 0.5 muestra el mismo orden de niveles que el índice de Theil ponderado con ingreso en el caso de la información por deciles; el Atkinson con parámetro igual a 2, muestra el mismo orden que la varianza de logaritmos correspondiente a la información por estratos; el índice de Atkinson con parámetro de 1 da el mismo orden de niveles que el índice de Theil ponderado con población calculado con información por déciles. Esta última coincidencia ilustra que el índice de Theil ponderado con población da mayor importancia a las transferencias de ingresos bajos. Vemos también que el año 1950 tiene un nivel alto solamente para el valor más bajo del parámetro, y que su posición desciende hasta 2 cuando el valor del parámetro es igual a 3. Lo contrario sucede con la posición del año 1977.

En todas las gráficas se observa el patrón fluctuante de los niveles de desigualdad, aunque en el decenio de 1950, la fluctuación se observa solamente con valores altos del parámetro del índice de Atkinson.

## CUADRO 6.5

Índice de Atkinson de la distribución  
del ingreso de México, 1977  
(porcentajes del ingreso medio)

<i>Parámetro</i>	<i>por estratos</i>	<i>Índice</i>	<i>por deciles</i>
.2	9		8
.6	21		19
1.0	41		38
2.0	63		58
3.0	75		70

Fuente: Cuadros B. VI.1 y B. VI.2, del apéndice B de este capítulo.

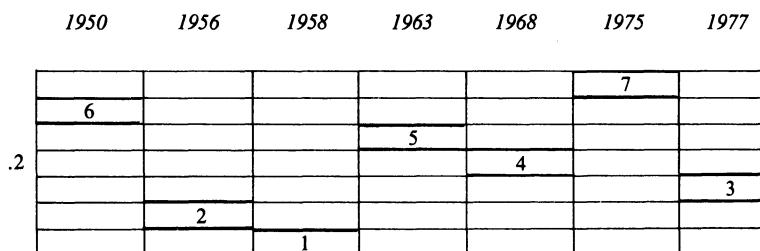
En resumen, en el caso del índice de Atkinson encontramos que las tendencias de los niveles de desigualdad son en todos los casos fluctuantes, y crecientes para valores altos del parámetro de aversión a la desigualdad. Si damos mayor importancia a la desigualdad, llegamos a la conclusión de que sus niveles son crecientes entre el decenio de 1950 y el de 1960. En todos los casos se observa un descenso en el año 1977, pero la tendencia general es creciente ante valores altos del parámetro. Esto último se observa claramente en las gráficas correspondientes a valores de 2 y 3 del parámetro, tanto en la información por estratos como en la información por deciles.

Para ilustrar en mayor detalle el significado del índice de Atkinson, véanse sus valores para 1977, que aparecen ahora en el cuadro 6.5, calculado con información original por estratos y deciles, para varios valores del parámetro.

Estos números señalan por una parte una elevación acentuada de la desigualdad al aumentar la magnitud de parámetro (la “aversión a la desigualdad”) que indica que la desigualdad de ingresos bajos es alta. Por otra parte, las magnitudes del índice, por ejemplo cuando el parámetro es 2, señalan que con sólo 37% (= 100-63) del ingreso repartido por igual el nivel de bienestar sería el mismo que el observado. Aun con un valor muy bajo del parámetro, el “desperdicio” de ingreso es mayor al crecimiento de la economía en sus períodos de mayor bonanza, ya que el índice muestra que la desigualdad representa un desperdicio de 8% del ingreso. Este punto será examinado con mayor detalle en el capítulo VIII. Véase que la desigualdad por deciles es en todos

## Índice de Atkinson. Información original

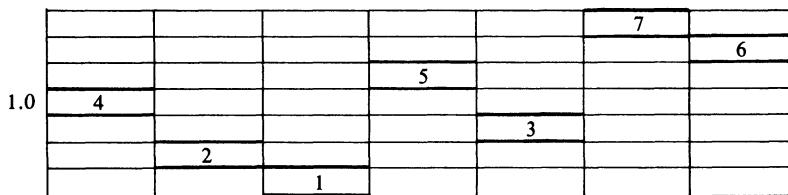
## Estratos



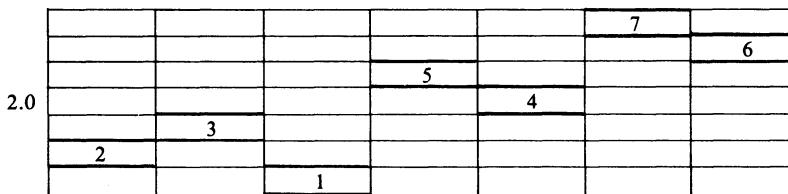
Gráfica 6.12

.5

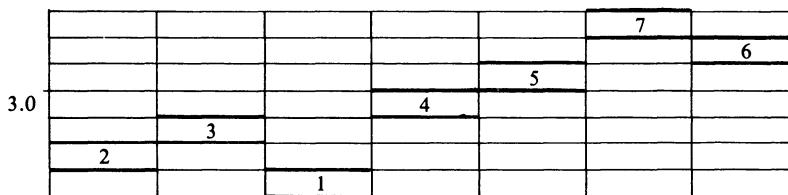
Véase la gráfica 6.17



Gráfica 6.13



Gráfica 6.14



Gráfica 6.15

## Índice de Atkinson. Información original

*Deciles*

1950

1956

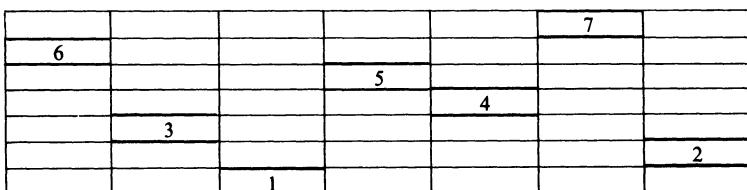
1958

1963

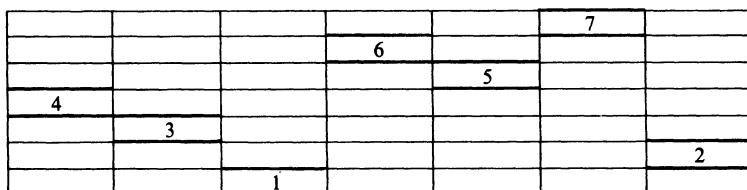
1968

1975

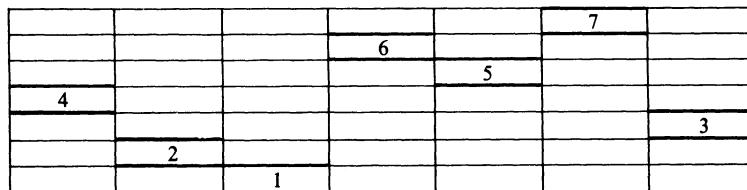
1977



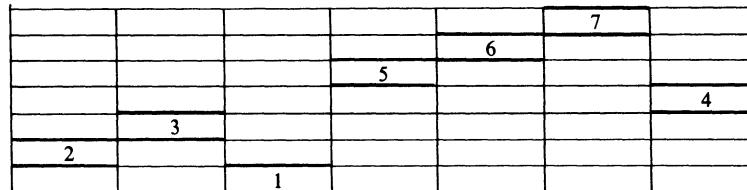
Gráfica 6.16



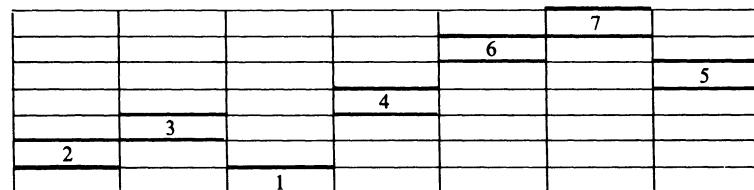
Gráfica 6.17



Gráfica 6.18



Gráfica 6.19



Gráfica 6.20

Índice de Kolm dividido por el ingreso medio. Información original

*Estratos*

1950      1956      1958      1963      1968      1975      1977

							7
.2						6	
					5		
				4			
.5	3						
			2				
	1						

Gráfica 6.21

Véase la gráfica 6.23

							7
2						6	
					5		
				4			
3	3						
			2				
1							

Gráfica 6.22

Índice de Kolm dividido por el ingreso medio. Información original

*Deciles*

1950      1956      1958      1963      1968      1975      1977

							7
							6
							5
							4
							3
							2
1							

Gráfica 6.23

							7
							6
							5
							4
							3
							2
1							

Gráfica 6.24

							7
							6
							5
							4
							3
							2
1							

Gráfica 6.25

Niveles de desigualdad de acuerdo con varios índices  
 Información corregida

Coeficiente de variación	Estratos					
	1950	1956	1958	1963	1968	1977
	6					
				5		
						4
		3				
			2			
						1

Gráfica 6.26

Varianza  
 de logaritmos

Véase la gráfica 6.30

Coeficiente de Gini

			6		
					5
		4			
	3				
2					1

Gráfica 6.27

Índice de Theil-  
 ingreso

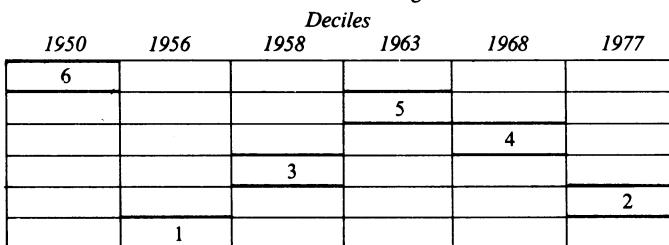
6					
			5		
				4	
	3				
2					1

Gráfica 6.28

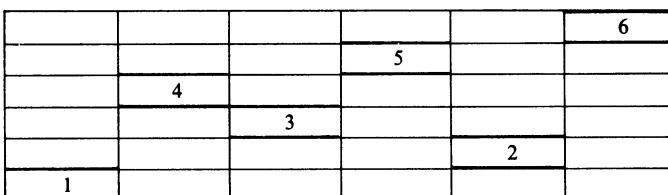
Índice de Theil-  
 población

Véase la gráfica 6.33

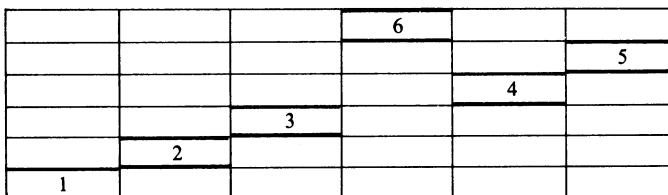
Niveles de desigualdad de acuerdo con varios índices  
 Información corregida



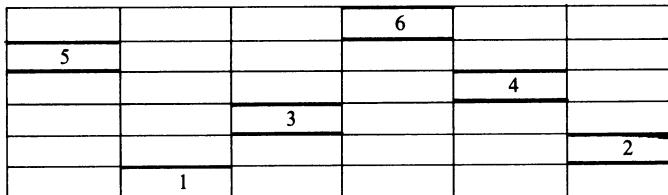
Gráfica 6.29



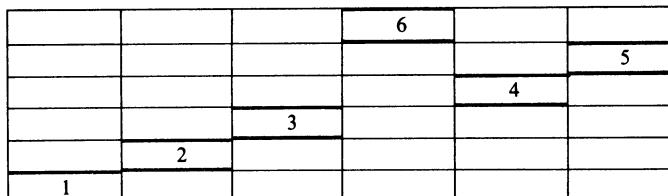
Gráfica 6.30



Gráfica 6.31

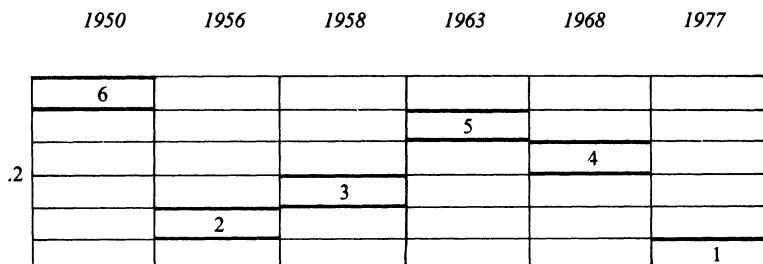


Gráfica 6.32

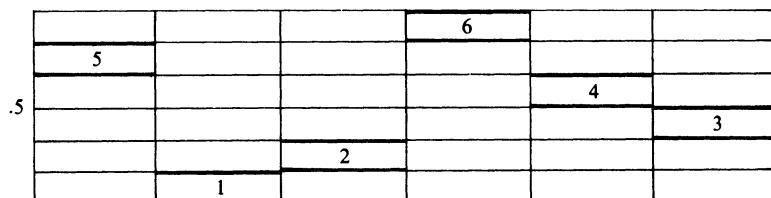


Gráfica 6.33

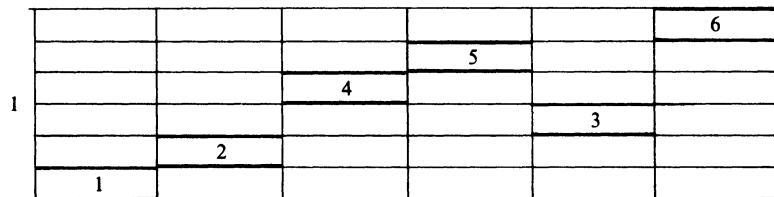
## Índice de Atkinson. Información corregida

*Estratos*

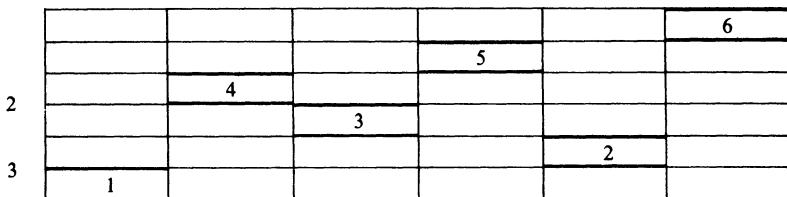
Gráfica 6.34



Gráfica 6.35



Gráfica 6.36



Gráfica 6.37

## Índice de Atkinson. Información corregida

*Deciles*

1950

1956

1958

1963

1968

1977

			6		
5					
				4	
		3			
	2				
					1

Gráfica 6.38

			6		
					5
				4	
3					
		2			
	1				

Gráfica 6.39

					6
			5		
				4	
		3			
	2				
1					

Gráfica 6.40

					6
			5		
	4				
				3	
		2			
1					

Gráfica 6.41

los casos menor que por estratos, de lo cual inferimos que la agrupación por deciles oculta desigualdad de ingresos bajos.

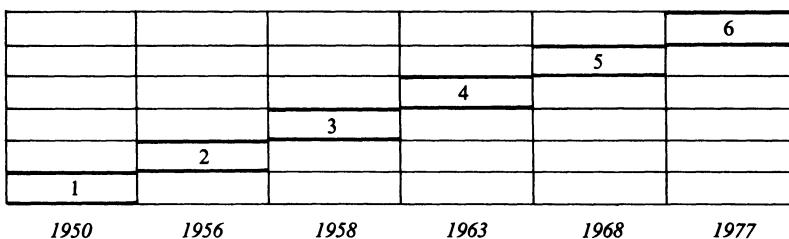
Por último, las gráficas 6.21 a 6.25 muestran los niveles del índice izquierdista de Kolm, dividido por el ingreso medio para reducirlo a su forma relativa, calculado con la misma información original por estratos y deciles.

En todas estas gráficas se observa ahora un claro perfil ascendente —sin fluctuaciones— de la desigualdad entre los años comparados, sobre todo en el caso correspondiente a un valor del parámetro igual a 1. Al elevarse el valor del parámetro aparece una fluctuación durante el decenio de 1950, en el caso de la información por estratos, y adicionalmente un descenso entre 1975 y 1977 en el caso de la información por deciles. Al parecer la desigualdad en la cola inferior de la distribución era mayor en 1968 que en 1977.

*Información corregida por estratos y deciles.* Según explicamos al principio, existen varias versiones corregidas de la información original de las encuestas. Para las comparaciones presentes se han adoptado dos fuentes de información corregida, una para los años de 1950 a 1977, excepto 1975, y otra para los años de 1963, 1968 y 1977.<sup>33</sup> Empecemos por examinar los resultados para los 6 años del primer conjunto de datos corregidos; los años comparados son los mismos que en las gráficas anteriores, pero en las presentes se excluye el año de 1975.

Las gráficas 6.26 a 6.33 muestran las posiciones ordinales de desigualdad en los 6 años que cubre la información corregida de acuerdo a la primera fuente. Las gráficas muestran de nuevo resultados diferentes según el índice y el tipo de información de que se trate, aunque en todas se observa el patrón fluctuante de los niveles de desigualdad observado antes. La varianza de logaritmos, el coeficiente de Gini y el índice de Theil ponderado con población, muestran una tendencia general creciente, tanto en la información por estratos como en la información por deciles. Sólo el coeficiente de variación muestra una tendencia a la baja. Las correcciones parecen tener pues el efecto de introducir una tendencia ascendente de la desigualdad.

<sup>33</sup> La información corregida de esta sección proviene de Altimir [2], elaborada mediante un método de imputación que consiste en repartir las discrepancias en forma proporcional a la importancia de los estratos (método de Navarrete corregido). La información de la sección siguiente sobre 1963, 1968 y 1977 corresponde a la información corregida por un método ideado por CEPAL y el Banco de México, cuyos detalles aparecen descritos en la misma fuente anterior.



Gráfica 6.42

Las gráficas 6.34 a 6.41 muestran los resultados correspondientes al índice de Atkinson para el mismo conjunto de valores de los parámetros utilizados previamente. Los resultados son semejantes a los anteriores: se observa el mismo patrón fluctuante, y las posiciones ordinales muestran una tendencia creciente a medida que se eleva el valor del parámetro. Las gráficas 6.37 por estratos y 6.41 por deciles muestran un claro patrón fluctuante y ascendente de los niveles de desigualdad. Ambas gráficas corresponden a valores de 2 y 3 del parámetro. Las gráficas correspondientes a un valor de 1 del parámetro muestran un patrón creciente y casi sin fluctuaciones.

En el caso de índice de Kolm aplicado a la información corregida, se obtiene el mismo resultado para todos los valores del parámetro, tanto con la información por estratos como por deciles. El resultado aparece en la gráfica 6.42.

El índice izquierdista muestra un patrón de ascenso sostenido de los niveles de desigualdad en el periodo que cubre la información.

La información corregida por un método diferente para los años de 1963, 1968 y 1977 da el resultado que muestra la gráfica 6.43 en todos los casos siguientes: el coeficiente de variación, la varianza de logaritmos, el coeficiente de Gini, el índice de Theil ponderado con ingreso, el índice de Theil ponderado con población y el índice de Atkinson para todos los valores del parámetro, salvo cuando su valor es 3. En todos los casos la desigualdad desciende entre 1963 y 1977.

El índice de Atkinson cuando el parámetro es igual a 3, da el orden de niveles de la gráfica 6.44, que muestra una fluctuación y un descenso en el periodo.

El índice “izquierdista” de Kolm muestra en cambio un aumento sostenido en la desigualdad, para todos los valores del parámetro. Este resultado, que aparece en la gráfica 6.45, coincide con el obtenido

3		
	2	
		1

1963      1968      1977

Gráfica 6.43

	3	
	2	
		1

1963      1968      1977

Gráfica 6.44

		3
	2	
1		

1963      1968      1977

Gráfica 6.45

antes con el mismo índice para el caso de la información corregida del primer conjunto.

Todos los resultados mostrados hasta ahora se refieren a índices relativos. Aunque hemos logrado extraer algunos aspectos comunes, muestran el amplio conjunto de perfiles de comportamiento de los niveles de desigualdad que puede resultar según el índice que se utilice, es decir, según el criterio normativo que adopte el analista.

Desde el punto de vista descriptivo, la información sugiere que los niveles de desigualdad fluctúan. Este resultado está sujeto a muchas reservas, principalmente porque para probar hipótesis sobre este aspecto se requiere una precisión estadística que la información no tiene.

Es más bien con respecto a las tendencias de los niveles de desigualdad, donde los resultados muestran en forma muy clara que la conclusión depende del criterio del analista. La tendencia creciente de los niveles de desigualdad se obtiene cuando se acude a índices calibrables, como el de Atkinson y el de Kolm con valores altos de sus parámetros, o a aquellos con una alta sensibilidad a transferencias de ingresos bajos, como la varianza de logaritmos y el índice de Theil ponderado con población.

#### *Desigualdad absoluta*

Para hacer comparaciones absolutas de desigualdad es necesario aislar la influencia de los precios sobre los ingresos. La variación de precios tiene un efecto complejo sobre la desigualdad, que no será examinada

## CUADRO 6.6

Características de la información  
utilizada para el cálculo de índices absolutos

Concepto	1968		1977*	
	Original	Ajustada	Original	Ajustada
Ingreso medio:				
Precios corrientes	1 840	2 510	5 418 (12.7)	9 002 (15.3)
Precios de 1977	5 312	7 192	5 418 (00.2)	9 002 ( 2.5)
Número de hogares	8 277 646	8 277 646	11 838 500	11 838 500

Nota: Los números entre paréntesis en las dos últimas columnas son las tasas de crecimiento anual medio de los ingresos por hogar.

\* Ingresos medios mensuales. La encuesta original registra ingresos semestrales.

Fuente: Cuadros 21, 22, 23 y 24 de Altimir [2].

en este libro.<sup>34</sup> El único procedimiento práctico para examinar algunos resultados sobre niveles de desigualdad absolutos, es el de aislar el efecto de los precios deflacionando las magnitudes con índices de precios por estratos. A continuación se examinan algunas estimaciones del índice de Atkinson multiplicado por la media, el izquierdista y el centrista, con datos por estratos corregidos por efectos de los precios. El cuadro 6.6 muestra las características de la información utilizada para este propósito.

Según las cifras de este cuadro, la información original muestra un crecimiento prácticamente nulo del ingreso real (deflacionado) por hogar entre los dos años. Todo el crecimiento que muestran los ingresos nominales queda anulado al eliminar el efecto de los precios. De acuerdo a las correcciones hechas a la información, el crecimiento del ingreso por hogar durante el periodo de 9 años fue de 2.5% por año, equivalente a un aumento compuesto de 25.2% en todo el periodo.<sup>35</sup>

Los cálculos se efectuaron por partida doble con la información original de las encuestas y con información ajustada por subdeclaración e ingresos en especie, ambas corregidas para aislar el efecto de los pre-

<sup>34</sup> Fisher [25] presenta un planteamiento riguroso del problema. Véase también Rothschild y Stiglitz [60].

<sup>35</sup> El deflactor del ingreso medio fue tomado de Cervantes [17].

## CUADRO 6.7

Índices absolutos  
calculados con información  
sin ajustes

Parámetro	Atkinson		Izquierdista		Centrista*	
	1968	1977	1968	1977	1968	1977
0.1	343	224—	1 662	1 130—	156	98—
0.5	1 538	1 060—	3 056	2 586—	707	459—
1.0	2 774	2 108—	3 629	3 338—	1 344	910—
2.0	3 768	3 233—	4 005	3 839—	1 987	1 431—
3.0	4 301	3 945—	4 230	4 124—	2 439	1 831—

\* Con parámetro de posición igual a 5 365 pesos de 1977, definido por el ingreso promedio real entre 1977 y 1968 a precios de 1977.

cios. El cuadro 6.7 contiene los resultados obtenidos con la información original.

Los números del cuadro 6.7 muestran en todos los casos un descenso de la desigualdad absoluta, debido al crecimiento prácticamente nulo del ingreso por hogar que registra la información directa de las encuestas (.2% por año, de acuerdo al cuadro 6.6). La desigualdad absoluta depende del monto absoluto del ingreso medio, de tal modo que este aumento tan bajo del ingreso por hogar absorbe todo el cambio posible en la desigualdad. El cuadro 6.8 obtenido de información corregida muestra, en cambio, una situación diferente.

Salvo por dos casos del índice Atkinson y dos del índice centrista, el cuadro 6.8 muestra que la desigualdad absoluta aumentó entre 1968 y 1977. Los resultados que muestran un descenso corresponden a valores bajos del parámetro de aversión a la desigualdad, pero el índice izquierdista muestra una elevación en todo el intervalo del parámetro seleccionado para los cálculos. Nótese cómo el orden de magnitud de la desigualdad absoluta entre los ingresos varía según el índice de que se trate. El índice de Atkinson y el izquierdista dan órdenes de magnitud semejantes cuando el valor del parámetro es alto, y diferentes cuando es bajo. El índice centrista da en cambio resultados menores a los otros dos índices.

Si hacemos una interpretación *cardinal* de los números, y damos significado a los incrementos del índice izquierdista, vemos que su valor aumenta en 233 pesos cuando el parámetro es .1, hasta en 1 589 pesos cuando el parámetro es 3, mientras que el ingreso por hogar en el pe-

## CUADRO 6.8

Desigualdad absoluta calculada con  
información corregida por subdeclaración

Parámetro	Atkinson $\times$ media		Izquierdista		Centrista*	
	1968	1977	1968	1977	1968	1977
0.1	465	414—	2 627	2 860+	242	225—
0.5	2 083	1 966—	4 450	5 343+	1 091	1 052—
1.0	3 755	3 886+	5 180	6 422+	2 043	2 074+
2.0	5 102	5 884+	5 653	7 127+	2 964	3 187+
3.0	5 823	7 149+	5 931	7 520+	3 585	4 014+

\* Con parámetro de posición igual 7 028 pesos de 1977.

riodo se elevó en 1 810 pesos (de 7 192 a 9 002 pesos). Estos números indican que el aumento en la desigualdad representó entre 12.9% y 87.8% del aumento ingreso medio, en el intervalo adoptado para los valores del parámetro: si se adopta el segundo de los dos valores anteriores, la desigualdad absorbió 87.8% del crecimiento. El resultado es semejante en el caso del índice de Atkinson con parámetro igual a 3.

Los resultados anteriores, relativos y absolutos, apuntan casi todos a la conclusión de que la desigualdad global del ingreso en México es creciente cuando se utilizan índices exigentes en cuanto a la norma de justicia subyacente. Los resultados difieren sólo en aquellos índices que dan ponderación baja a las transferencias de ingresos bajos, como el de Gini, que da un orden parecido al del Atkinson con un valor de  $r$  entre .5 y 1 (véanse las gráficas correspondientes).

Por otra parte, la desigualdad muestra fluctuaciones cuya naturaleza es necesario investigar más a fondo. Las comparaciones presentadas deben tomarse en su sentido rigurosamente ordinal, de tal modo que en las posiciones relativas de las distribuciones no importa en cuánto difieren los valores de los índices. Dichas oscilaciones, de ser significativas, son importantes porque señalan que la distribución del ingreso es sensible a cambios en las condiciones de la economía, específicamente que los grupos de bajos ingresos son muy vulnerables a las fluctuaciones del nivel de actividad.

Las comparaciones de desigualdad absoluta muestran también un ascenso en la desigualdad, aunque en este caso la norma subyacente es más exigente que en el caso de los índices relativos. La conclusión

más importante de todo esto es que en los resultados es decisiva la preferencia del analista en cuanto a las premisas valorativas.

### *Lecturas recomendadas*

Existen numerosos estudios sobre desigualdad en México. La mayoría de los citados en este capítulo provienen de diversos artículos contenidos en una publicación de tres volúmenes realizada por el Banco de México.

En Aspe y Beristain [5], aparece una discusión interesante sobre los principios de justicia distributiva en México y su relación con otras metas de política económica. En Aspe y Beristain [6], se presentan resultados interesantes sobre las tendencias de la desigualdad global de acuerdo con una versión diferente del índice de Gini ideada por Paglin [47], que intenta separar las desigualdades “justas” o naturales (debidas a diferencias de edad, de niveles educativos, etc.), de las desigualdades injustas. Estos estudios son los únicos que conoce el autor, para el caso de México, que plantean explícitamente el papel de los juicios de valor en las comparaciones.

Prácticamente toda la información utilizada en este capítulo y los siguientes ha sido tomada de Altimir [2], donde encontrará el lector una explicación detallada de los diversos procedimientos de corrección de la información. Acerca del efecto de la inflación sobre los ingresos en México, véase Cervantes [13]. Fisher [25] y Sen [64], cap. 3, contienen discusiones teóricas interesantes sobre el papel de los precios en las comparaciones de desigualdad.

En Diez-Canedo y Vera [19], aparece una discusión interesante sobre la relación entre escolaridad e ingreso; la misma referencia contiene también un apéndice que explica algunas características de la información de la encuesta de 1977. En Diez-Canedo y Vera [20], encontrará el lector un análisis sobre la relación entre el ingreso y sus fuentes, en especial el trabajo. Gollás [30], presenta un análisis de la estructura de la desigualdad; en Gollás [31], se hacen comparaciones de desigualdad de empresas, con algunos índices no examinados en el trabajo presente, que ilustran algunos de los propósitos descriptivos del análisis.

## Apéndice A al capítulo VI

Ilustración del cálculo de algunos índices con información de 1977 por estratos.

Ejemplo ilustrativo del índice de Atkinson con un valor de  $r = 2$

Estrato y límite superior	Proporciones		$y_i/\bar{y}$	$(y_i/\bar{y})^{1-2}$	
	Hogares (2)	Ingresos (3)			
		(4)	(5)	(5) $\times$ (2)	
1 8 400	2.3	0.1	.0435	23.0000	.5290
2 12 000	2.5	0.2	.0800	12.5000	.3125
3 16 200	3.3	0.4	.1212	8.2500	.2722
4 21 600	5.4	1.0	.1852	5.4000	.2916
5 28 800	7.3	1.7	.2329	4.2941	.3135
6 37 800	8.6	2.7	.3140	3.1852	.2739
7 51 600	12.3	5.1	.4146	2.4118	.2966
8 68 700	12.6	7.0	.5556	1.8000	.2268
9 90 000	10.9	7.9	.7248	1.3797	.1504
10 121 800	10.1	9.6	.9505	1.0521	.1063
11 160 000	5.0	6.6	1.3200	.7576	.0379
12 216 000	7.4	12.7	2.7162	.5827	.0431
13 +216 000	12.3	45.0	3.6585	.2733	.0336
Total				2.8874	

$$\text{Atkinson} = 1 - (2.8874)^{1/1-2} = .6537$$

$$\text{Atkinson} \times \text{Ingreso medio} = .6537 \times 9002 = 5884$$

**Ejemplo de cálculo  
del índice izquierdista con  $a = 2$**

$2 \times (y - \bar{y})$	$EXP(2 \times (y(i) - \bar{y}))$	$EXP(2 \times (y(i) - \bar{y})) \times p(i)$
8610.6	30135589	693118.5
8281.8	15614023	390350.6
7910.8	7434910	245352.0
7335.0	2350000	126900.0
6905.6	995786	72692.4
6175.8	231326	19894.0
5269.5	37757	4644.1
4000.9	2986	376.3
2477.6	142	15.5
445.6	2	.25
-2880.6	.003	.0002
-6447.4	.000	.0000
-23932.1	.000	.0000
<b>1553343.65</b>		

Índice izquierdista =  $(1/2) \times (\log 1553343.65) = 7.127$  miles de pesos

**Ejemplo ilustrativo  
del índice centrista con  $k = 8097$  pesos y  $r = 2$ .**

$\bar{y}(i) + k$	$(y_i + k)^{1/2}$	$(y_i + k)^{1/2} p_i$
	$(\times 10\,000)$	$(\times 1\,000\,000)$
7548.4	1.324785590	3.04700685
7877.2	1.269493070	3.17373266
8248.2	1.212392860	4.00089643
8824.0	1.133268130	6.11964793
9253.4	1.080688980	7.88902952
9983.2	1.001681890	8.61446429
10889.5	.918312723	11.29524650
12158.1	.822496184	10.36345190
13681.4	.730920134	7.96702947
15713.4	.636401270	6.42765283
19039.6	.525220015	2.62610007
22606.4	.442353031	3.27341243
40091.1	.249431632	3.06800906
<b>77.86567994</b>		

Índice centrista =  $9002 + 8097 - (.00007188039103)^{1/1-2}$

$= 17099 - 13912 = 3187$  pesos

Nota: para hacer más claros los cálculos, en este último índice las magnitudes se han multiplicado por 10 000 y 1 000 000 en las columnas señaladas.

*Apéndice B al capítulo VI*

**CUADRO B. VI.1**  
**Índices de desigualdad del ingreso.**  
**Información original por estratos de ingreso**

<i>Índice</i>	<i>1950</i>	<i>1956</i>	<i>1958</i>	<i>1963</i>	<i>1968</i>	<i>1975</i>	<i>** 1977</i>
Media aritmética	387	691	835	1 278	1 974	3 266	5 419
Media geométrica	241	457	591	769	1 257	1 689	3 336
Varianza*	554	666	776	3 080	6 537	21 274	36 433
Desviación típica	744	816	881	1 754	2 557	4 612	6 036
Coefic. de variación	1.921	1.181	1.055	1.373	1.295	1.412	1.113
Varianza de logarit.	.680	.765	.602	.893	.831	1.411	1.033
Coeficiente de Gini	.525	.483	.452	.534	.489	.569	.503
Diferencia absoluta							
media	406	667	754	1 366	1 932	3 715	5 451
Diferencia relativa							
media	1.050	.965	.903	1.069	.979	1.137	1.006
Desviación absoluta							
media	305	488	563	1 038	1 431	2 731	3 996
Desviación relativa							
media	.788	.706	.675	.812	.725	.836	.738
Índices de Theil:							
Pond. con ingreso	.656	.439	.381	.548	.488	.612	.447
Pond. con población	.478	.413	.346	.508	.451	.659	.484
<i>Valor del parámetro</i>		<i>Índice de Atkinson</i>					
.2	.116	.083	.072	.103	.092	.117	.086
.5	.243	.192	.168	.234	.209	.272	.208
1.0	.379	.338	.292	.398	.363	.483	.414
2.0	.529	.536	.453	.584	.566	.741	.630
3.0	.618	.657	.548	.673	.682	.840	.753
<i>Valor del parámetro</i>		<i>Índice izquierdista dividido por la media</i>					
0.2	.100	.080	.081	.164	.196	.314	.631
0.5	.181	.162	.165	.286	.317	.468	.761
1.0	.258	.260	.266	.409	.438	.607	.836
2.0	.323	.349	.349	.503	.537	.706	.870
3.0	.372	.412	.408	.563	.603	.764	.888

Fuente: Cuadros C.1-C.7 del apéndice C a este capítulo.

\* La varianza está expresada en miles de pesos al cuadrado.

\*\* Ingreso medio mensual. La información original registra ingresos semestrales.

## CUADRO B. VI.2

Índices de desigualdad del ingreso.  
Información original por deciles de ingreso

Índice	1950	1956	1958	1963	1968	1975	** 1977
Media aritmética	387	691	835	1 278	1 974	3 266	5 419
Media geométrica	245	455	587	763	1 191	1 709	3 504
Varianza*	296	612	835	2 614	6 303	19 373	32 437
Desviación típica	544	782	914	1 617	2 511	4 401	5 695
Coefic. de variación	1.405	1.132	1.095	1.265	1.272	1.348	1.051
Varianza de logarit.	.707	.778	.602	.941	.934	1.381	.889
Coeficiente de Gini	.519	.488	.459	.538	.530	.565	.487
Diferencia absoluta							
media	402	674	766	1 375	2 092	3 690	5 279
Diferencia relativa							
media	1.038	.976	.918	1.076	1.060	1.130	.974
Desviación absoluta							
media	301	495	568	1 045	1 563	2 737	3 902
Desviación relativa							
media	.778	.716	.680	.818	.792	.838	.720
Índices de Theil:							
Pond. con ingreso	.552	.435	.395	.530	.522	.594	.414
Pond. con población	.458	.418	.352	.516	.505	.647	.436
<i>Valor del parámetro</i>		<i>Índice de Atkinson</i>					
.2	.102	.083	.075	.101	.099	.114	.081
.5	.225	.193	.171	.233	.229	.268	.193
1.0	.389	.367	.317	.430	.424	.512	.381
2.0	.521	.536	.454	.600	.601	.733	.577
3.0	.602	.645	.545	.696	.706	.835	.697
<i>Valor del parámetro</i>		<i>Índice izquierdista dividido por la media</i>					
0.2	.003	.077	.084	.156	.099	.310	.314
0.5	.006	.161	.170	.284	.228	.467	.475
1.0	.010	.265	.269	.412	.423	.606	.611
2.0	.013	.354	.352	.507	.601	.703	.700
3.0	.015	.418	.410	.568	.706	.760	.749

Fuente: Cuadros C.8-C.14 del apéndice C a este capítulo.

\* La varianza está expresada en miles de pesos al cuadrado.

\*\* Ingreso medio mensual. La información original registra ingresos semestrales.

## CUADRO B. VI.3

Índices de desigualdad del ingreso.  
Información corregida por estratos

Índice	1950	1956	1958	1963	1968	** 1977
Media aritmética	536	1 129	1 339	1 777	2 739	9 002
Media geométrica	346	718	850	1 056	1 738	5 400
Varianza*	1 042	1 945	2 565	6 594	14 954	95 212
Desviación típica	1 021	1 395	1 602	2 568	3 867	9 758
Coefic. de variación	1.906	1.235	1.196	1.445	1.412	1.084
Varianza de logarit.	.560	.803	.768	.844	.721	1.078
Coeficiente de Gini	.508	.509	.512	.547	.506	.516
Diferencia absoluta						
media	544	1 149	1 371	1 943	2 744	9 290
Diferencia relativa						
media	1.016	1.018	1.024	1.093	1.013	1.032
Desviación absoluta						
media	425	852	1 103	1 553	2 198	7 130
Desviación relativa						
media	.794	.755	.824	.874	.802	.792
Índices de Theil:						
Pond. con ingreso	.639	.483	.489	.589	.540	.465
Pond. con población	.437	.453	.454	.521	.455	.511
<hr/>						
Valor del parámetro	Índice de Atkinson					
.2	.112	.092	.093	.110	.100	.091
.5	.232	.211	.214	.246	.222	.218
1.0	.371	.380	.388	.430	.387	.432
2.0	.472	.543	.528	.570	.524	.654
3.0	.531	.629	.603	.644	.606	.794
<hr/>						
Valor del parámetro	Índice izquierdista dividido por la media					
.2	.125	.130	.149	.221	.262	.318
.5	.209	.241	.277	.357	.387	.594
1.0	.288	.362	.402	.475	.492	.713
2.0	.353	.460	.491	.554	.568	.792
3.0	.400	.523	.525	.601	.617	.835

Fuente: Cuadros C.15-C.20 del apéndice C a este capítulo.

\* La varianza está expresada en miles de pesos al cuadrado.

\*\* Ingreso medio mensual. La información original registra ingresos semestrales.

## CUADRO B. VI.4

Índice de desigualdad del ingreso.  
Información corregida por deciles

Índice	1950	1956	1958	1963	1968	1977	
Media aritmética	536	1 129	1 339	1 782	2 739	9 002	
Media geométrica	350	719	847	1 058	1 732	5 430	
Varianza*	574	1 726	2 743	5 694	12 691	117 445	
Desviación típica	758	1 313	1 656	2 386	3 562	10 837	
Coefic. de variación	1.415	1.164	1.237	1.339	1.301	1.204	
Varianza de logarit.	.600	.807	.763	.871	.745	.981	
Coeficiente de Gini	.504	.510	.518	.547	.519	.525	
Diferencia absoluta							
media	540	1 152	1 388	1 950	2 842		
Diferencia relativa							
media	1.008	1.020	1.037	1.094	1.038	1.050	
Desviación absoluta							
media	424	867	1 101	1 530	2 191	7 130	
Desviación relativa							
media	.792	.768	.822	.858	.800	.792	
Índices de Theil:							
Pond. con ingreso	.545	.469	.501	.569	.522	.499	
Pond. con población	.426	.451	.457	.522	.458	.505	
<i>Valor del parámetro</i>		<i>Índice de Atkinson</i>					
	.2	.100	.090	.095	.103	.098	.086
	.5	.218	.209	.217	.243	.220	.224
	1.0	.347	.363	.367	.406	.368	.425
	2.0	.474	.541	.528	.579	.529	.614
	3.0	.534	.625	.603	.663	.611	.723
<i>Valor del parámetro</i>		<i>Índice izquierdista dividido por la media</i>					
	.2	.009	.014	.019	.030	.043	.424
	.5	.024	.035	.047	.071	.098	.590
	1.0	.052	.074	.096	.140	.180	.704
	2.0	.090	.124	.155	.216	.261	.772
	3.0	.125	.169	.207	.277	.319	.807

Fuente: Cuadros C.21-C.26 del apéndice C a este capítulo.

\* La varianza está expresada en miles de pesos al cuadrado.

\*\* Ingreso medio mensual. La información original registra ingresos semestrales.

## CUADRO B. VI.5

Índices de desigualdad del ingreso.  
 Información por deciles, corregida  
 de acuerdo al método de CEPAL/Banco de México

<i>Índice</i>		1963	1968	1977
Media aritmética		1 734	2 510	9 002
Media geométrica		852	1 285	5 430
Varianza*		7 413	14 823	117 444
Desviación típica		2 722	3 850	10 837
Coefic. de variación		1.570	1.534	1.204
Varianza de logaritmos		1.227	1.200	.981
Coeficiente de Gini		.617	.597	.525
Diferencia absoluta	media	2 140	2 997	9 452
Diferencia relativa	media	1.234	1.194	1.050
Desviación absoluta	media	1 664	2 289	7 130
Desviación relativa	media	.960	.912	.792
Índices de Theil:				
Pond. con ingreso		.734	.691	.499
Pond. con población		.711	.669	.505
<i>Valor del parámetro</i>				
<i>Índice de Atkinson</i>				
.2		.138	.130	.096
.5		.310	.293	.224
1.0		.537	.517	.425
2.0		.695	.690	.614
3.0		.771	.778	.723
<i>Valor del parámetro</i>				
<i>Índice izquierdista</i>				
.2		.268	.311	.440
.5		.422	.458	.590
1.0		.546	.578	.704
2.0		.629	.660	.772
3.0		.678	.710	.807

Fuente: Cuadros C.27, C.28 y C.29 del apéndice C a este capítulo.

## CUADRO B. VI.6

Posiciones ordinales de distribuciones del ingreso  
de acuerdo con varios índices

Año	Coef. de variación		Varianza de logaritmos		Coef. de Gini		Theil ingreso		Theil población	
	Est.	Deciles	Est.	Deciles	Est.	Deciles	Est.	Deciles	Est.	Deciles
	O	C	O	C*	O	C	O	C*	O	C*
1950	7	6	7	6	2	1	2	1	5	2
1956	3	3	3	1	3	4	3	4	2	3
1958	1	2	2	3	1	3	1	4	1	3
1963	5	5	4	5	3	5	5	6	6	3
1968	4	4	5	4	2	4	2	5	2	2
1975	6	6	7	7	7	7	6	7	7	7
1977	2	1	1	2	1	6	6	4	6	1
					4	5	2	5	1	3
					3	1	2	2	1	5
							7	7	7	5
							6	6	6	5
							4	4	4	4
							2	2	2	2
							1	3	1	3
							6	6	6	6
							3	4	3	4
							5	5	5	5
							4	5	4	5
							2	2	2	2
							1	2	1	2
							6	3	6	3
							3	3	3	3
							7	7	7	7
							5	6	5	6

NOTA: O = Información original.

C = Información corregida.

\* = Información corregida por el método Cepal/BM.

## CUADRO B. VI.7

Posiciones ordinales de distribuciones del ingreso  
de acuerdo con el índice de Atkinson  
para varios valores del parámetro.

Año	.2		.5		1.0		2.0		3.0	
	Est.	Deciles								
	O	C	O	C*	O	C	O	C*	O	C*
1950	6	6	6	5	6	5	4	3	4	1
1956	2	2	3	2	2	1	3	1	2	2
1958	1	3	1	3	1	2	1	2	1	2
1963	5	5	5	6	3	5	6	3	5	5
1968	4	4	4	4	2	4	4	2	6	3
1975	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
1977	3	1	2	1	1	3	3	2	5	6
					6	6	3	6	1	6
					6	6	4	6	1	6
					6	6	5	6	1	5
					6	6	6	6	1	6
					6	6	7	7	7	7
					6	6	8	8	8	8
					6	6	9	9	9	9
					6	6	10	10	10	10
					6	6	11	11	11	11
					6	6	12	12	12	12
					6	6	13	13	13	13
					6	6	14	14	14	14
					6	6	15	15	15	15
					6	6	16	16	16	16
					6	6	17	17	17	17
					6	6	18	18	18	18
					6	6	19	19	19	19
					6	6	20	20	20	20
					6	6	21	21	21	21
					6	6	22	22	22	22
					6	6	23	23	23	23
					6	6	24	24	24	24
					6	6	25	25	25	25
					6	6	26	26	26	26
					6	6	27	27	27	27
					6	6	28	28	28	28
					6	6	29	29	29	29
					6	6	30	30	30	30
					6	6	31	31	31	31
					6	6	32	32	32	32
					6	6	33	33	33	33
					6	6	34	34	34	34
					6	6	35	35	35	35
					6	6	36	36	36	36
					6	6	37	37	37	37
					6	6	38	38	38	38
					6	6	39	39	39	39
					6	6	40	40	40	40
					6	6	41	41	41	41
					6	6	42	42	42	42
					6	6	43	43	43	43
					6	6	44	44	44	44
					6	6	45	45	45	45
					6	6	46	46	46	46
					6	6	47	47	47	47
					6	6	48	48	48	48
					6	6	49	49	49	49
					6	6	50	50	50	50
					6	6	51	51	51	51
					6	6	52	52	52	52
					6	6	53	53	53	53
					6	6	54	54	54	54
					6	6	55	55	55	55
					6	6	56	56	56	56
					6	6	57	57	57	57
					6	6	58	58	58	58
					6	6	59	59	59	59
					6	6	60	60	60	60
					6	6	61	61	61	61
					6	6	62	62	62	62
					6	6	63	63	63	63
					6	6	64	64	64	64
					6	6	65	65	65	65
					6	6	66	66	66	66
					6	6	67	67	67	67
					6	6	68	68	68	68
					6	6	69	69	69	69
					6	6	70	70	70	70
					6	6	71	71	71	71
					6	6	72	72	72	72
					6	6	73	73	73	73
					6	6	74	74	74	74
					6	6	75	75	75	75
					6	6	76	76	76	76
					6	6	77	77	77	77
					6	6	78	78	78	78
					6	6	79	79	79	79
					6	6	80	80	80	80
					6	6	81	81	81	81
					6	6	82	82	82	82
					6	6	83	83	83	83
					6	6	84	84	84	84
					6	6	85	85	85	85
					6	6	86	86	86	86
					6	6	87	87	87	87
					6	6	88	88	88	88
					6	6	89	89	89	89
					6	6	90	90	90	90
					6	6	91	91	91	91
					6	6	92	92	92	92
					6	6	93	93	93	93
					6	6	94	94	94	94
					6	6	95	95	95	95
					6	6	96	96	96	96
					6	6	97	97	97	97
					6	6	98	98	98	98
					6	6	99	99	99	99
					6	6	100	100	100	100

NOTA: O = Información original.

C = Información corregida.

\* = Información corregida por el método Cepal/BM.

## CUADRO B. VI.8

Posiciones ordinales de distribuciones del ingreso  
de acuerdo con el índice de Kolm para varios valores del parámetro

	.2		.5		1.0		2.0		3.0	
	<i>Est.</i>	<i>Deciles</i>								
<i>Año</i>	<i>O C</i>	<i>O C *</i>								
1950	3	1	1	1	3	1	1	1	1	1
1956	1	2	2	2	1	2	2	2	3	2
1958	2	3	3	3	2	3	3	3	2	3
1963	4	4	5	4	1	4	4	4	4	1
1968	5	5	4	5	2	5	5	5	5	2
1975	6	6	6	6	6	6	6	7	6	7
1977	7	6	7	6	3	7	6	7	6	3

NOTA: O = Información original.

C = Información corregida.

\* = Información corregida por el método Cepal/BM.



## Apéndice C al capítulo VI

Distribuciones del ingreso utilizadas en los cálculos.

**CUADRO 1**  
Información original por estratos  
1950

Estratos	Familias Número	%	Ingreso medio	% del ingreso total
1	188 884	3.69	50.25	.48
2	1 317 090	25.80	113.05	7.52
3	995 475	19.50	175.00	8.08
4	888 269	17.39	249.99	11.23
5	556 444	10.89	350.03	9.85
6	551 340	10.80	499.96	13.93
7	362 454	7.09	799.79	14.66
8	122 520	2.40	1 249.20	7.74
9	76 575	1.50	2 249.21	8.71
10	45 944	.89	7 333.82	17.04
Total	5 105 000	100.00	387.35	100.00

Fuente: Altimir [2], cuadro B-1, Sec. I, p. 170.

**CUADRO 2**  
Información original por estratos  
1956

Estratos	Familias Número	%	Ingreso medio	% del ingreso total
1	225 397	3.90	72.62	.41
2	866 913	15.00	157.96	3.42
3	918 928	15.89	263.28	6.05
4	653 075	11.29	361.90	5.91
5	589 501	10.20	459.17	6.78
6	1 051 855	18.20	629.31	16.57
7	543 266	9.39	870.84	11.85
8	647 295	11.20	1 426.62	23.12
9	150 265	2.59	2 513.44	9.46
10	132 926	2.30	4 919.69	16.38
Total	5 779 426	100.00	690.80	100.00

Fuente: Altimir [2], cuadro B-2, Sec. I, p. 171.

## CUADRO 3

Información original  
por estratos  
1958

<i>Estratos</i>	<i>Familias</i> <i>Número</i>	<i>%</i>	<i>Ingreso</i> <i>medio</i>	<i>% del ingreso</i> <i>total</i>
1	454 782	7.09	164.57	1.40
2	1 005 644	15.70	267.92	5.04
3	775 051	12.09	366.95	5.32
4	813 483	12.69	463.30	7.05
5	1 268 265	19.79	625.95	14.85
6	794 267	12.39	881.72	13.09
7	896 753	14.00	1 437.91	24.11
8	397 133	6.19	3 918.62	29.11
Total	6 405 381	100.00	834.61	100.00

Fuente: Altimir [2], cuadro B-3, Sec. I, p. 172.

## CUADRO 4

Información original  
por estratos  
1963

<i>Estratos</i>	<i>Familias</i> <i>Número</i>	<i>%</i>	<i>Ingreso</i> <i>medio</i>	<i>% del ingreso</i> <i>total</i>
1	1 346 455	18.36	215.67	3.09
2	1 842 671	25.14	437.19	8.60
3	1 584 668	21.61	776.74	13.13
4	798 198	10.89	1 240.46	10.57
5	1 099 446	15.00	2 100.21	24.65
6	333 498	4.55	3 651.48	13.00
7	139 996	1.90	5 205.75	7.78
8	120 939	1.64	7 644.88	9.86
9	64 500	.88	13 477.30	9.28
Total	7 329 642	100.00	1 278.02	100.00

Fuente: Altimir [2], cuadro B-4, Sec. I, p. 173.

## CUADRO 5

Información original  
por estratos  
1968

<i>Estratos</i>	<i>Familias</i> <i>Número</i>	<i>%</i>	<i>Ingreso</i> <i>medio</i>	<i>% del ingreso</i> <i>total</i>
1	440 154	5.40	215.66	.59
2	1 255 253	15.39	419.13	3.27
3	1 630 200	20.00	765.87	7.76
4	3 325 608	40.80	1 631.37	33.71
5	1 059 630	13.00	3 867.32	25.47
6	277 134	3.40	7 193.12	12.39
7	163 020	2.00	16 580.75	16.79
Total	8 151 000	100.00	1 973.90	100.00

Fuente: Altimir [2], cuadro B-5, Sec. I, p. 174.

## CUADRO 6

Información original  
por estratos  
1975

<i>Estratos</i>	<i>Familias</i> <i>Número</i>	<i>%</i>	<i>Ingreso</i> <i>medio</i>	<i>% del ingreso</i> <i>total</i>
1	1 532 933	15.03	217.13	1.00
2	578 926	5.67	603.68	1.04
3	793 985	7.79	830.03	1.97
4	889 794	8.73	1 099.76	2.93
5	919 352	9.02	1 477.14	4.08
6	1 063 064	10.43	1 969.40	6.29
7	1 249 585	12.25	2 610.38	9.79
8	865 332	8.49	3 519.50	9.14
9	695 119	6.81	4 582.43	9.57
10	625 811	6.14	6 026.00	11.33
11	345 521	3.39	7 995.51	8.30
12	282 328	2.76	10 539.64	8.93
13	348 579	3.41	24 415.91	25.56
Total	10 192 374	100.00	3 265.64	100.00

CUADRO 7  
Información original  
por estratos  
1977

<i>Estratos</i>	<i>Familias</i> <i>Número</i>	<i>%</i>	<i>Ingreso</i> <i>medio</i>	<i>% del ingreso</i> <i>total</i>
1	686 633	5.80	2 802.88	.50
2	556 409	4.69	5 119.14	.73
3	757 664	6.40	7 112.32	1.40
4	923 403	7.80	9 420.57	2.25
5	1 124 657	9.50	12 628.92	3.69
6	1 219 365	10.30	16 667.11	5.27
7	1 633 713	13.79	22 076.19	9.36
8	1 361 427	11.49	29 742.78	10.52
9	1 136 496	9.60	39 388.75	11.63
10	911 564	7.69	52 401.62	12.40
11	591 925	5.00	69 383.80	10.66
12	485 378	4.09	92 544.52	11.66
13	449 863	3.80	170 011.38	19.86
Total	11 839 503	100.00	32 513.5	100.00

Fuente: Altimir [2], cuadro A-7, Sec. b, p. 169.

CUADRO 8  
Información original  
por deciles  
1950

<i>Decil</i>	<i>Familias</i> <i>Número</i>	<i>%</i>	<i>Ingreso</i> <i>medio</i>	<i>% del ingreso</i> <i>total</i>
1	510 500	10	73.59	1.90
2	510 500	10	112.33	2.90
3	510 500	10	139.44	3.59
4	510 500	10	162.68	4.19
5	510 500	10	189.8	4.89
6	510 500	10	236.28	6.09
7	510 500	10	294.38	7.60
8	510 500	10	383.47	9.89
9	510 500	10	550.03	14.19
10	255 250	5	852.17	11.00
11	255 250	5	2 610.73	33.70
Total	5 105 000	100	387.35	100.00

Fuente: Altimir [2], cuadro 1, p. 133.

Nota: En todos los cuadros por deciles, los números 10 y 11 se refieren a los dos medios deciles superiores.

## CUADRO 9

Información original  
por deciles  
1956

Decil	Familias Número	%	Ingreso medio	% del ingreso total
1	577 942	10	103.62	1.50
2	577 942	10	179.60	2.59
3	577 942	10	248.68	3.59
4	577 942	10	310.85	4.49
5	577 942	10	400.66	5.80
6	577 942	10	497.37	7.19
7	577 942	10	621.71	8.99
8	577 942	10	773.69	11.20
9	577 942	10	1 105.27	16.00
10	288 971	5	1 685.55	12.19
11	288 971	5	3 647.42	26.39
Total	5 779 426	100	690.8	100.00

Fuente: Altimir [2], cuadro 1, p. 133

CUADRO 10  
Información original  
por deciles  
1958

Decil	Familias Número	%	Ingreso medio	% del ingreso total
1	640 538	10	183.59	2.20
2	640 538	10	267.04	3.20
3	640 538	10	333.80	4.00
4	640 538	10	408.90	4.89
5	640 538	10	492.36	5.90
6	640 538	10	592.50	7.09
7	640 538	10	726.02	8.69
8	640 538	10	909.61	10.89
9	640 538	10	1 310.18	15.70
10	320 269	5	1 885.99	11.29
11	320 269	5	4 356.14	26.10
Total	6 405 381	100	834.51	100.00

Fuente: Altimir [2], cuadro 1, p. 133

## CUADRO 11

Información original  
por deciles  
1963

<i>Decil</i>	<i>Familias</i> <i>Número</i>	<i>%</i>	<i>Ingreso</i> <i>medio</i>	<i>% del ingreso</i> <i>total</i>
1	732 964	10	166.14	1.29
2	732 964	10	281.16	2.20
3	732 964	10	370.62	2.90
4	732 964	10	485.64	3.80
5	732 964	10	626.22	4.89
6	732 964	10	779.59	6.09
7	732 964	10	1 009.63	7.89
8	732 964	10	1 456.94	11.39
9	732 964	10	2 210.97	17.29
10	366 482	5	3 425.09	13.39
11	366 482	5	7 361.39	28.79
<b>TOTAL</b>	<b>7 329 642</b>	<b>100</b>	<b>1 278.02</b>	<b>100.00</b>

Fuente: Altimir [2], cuadro 1, p. 133.

## CUADRO 12

Información original  
por deciles  
1968

<i>Decil</i>	<i>Familias</i> <i>Número</i>	<i>%</i>	<i>Ingreso</i> <i>medio</i>	<i>% del ingreso</i> <i>total</i>
1	815 100	10	236.86	1.20
2	815 100	10	434.25	2.20
3	815 100	10	611.90	3.09
4	815 100	10	809.29	4.09
5	815 100	10	1 006.68	5.10
6	815 100	10	1 263.29	6.40
7	815 100	10	1 638.33	8.30
8	815 100	10	2 210.76	11.20
9	815 100	10	3 217.45	16.30
10	407 550	5	4 974.22	12.60
11	407 550	5	11 646.01	29.50
<b>TOTAL</b>	<b>8 151 000</b>	<b>100</b>	<b>1 973.9</b>	<b>100.00</b>

Fuente: Altimir [2], cuadro 1, p. 133.

## CUADRO 13

Información original  
por deciles  
1975

<i>Decil</i>	<i>Familias</i> <i>Número</i>	<i>%</i>	<i>Ingreso</i> <i>medio</i>	<i>% del ingreso</i> <i>total</i>
1	1 019 237	10	195.93	.60
2	1 019 237	10	424.53	1.29
3	1 019 237	10	849.06	2.59
4	1 019 237	10	1 175.63	3.59
5	1 019 237	10	1 632.82	5.00
6	1 019 237	10	2 155.32	6.59
7	1 019 237	10	2 743.13	8.39
8	1 019 237	10	3 755.48	11.49
9	1 019 237	10	5 453.61	16.70
10	509 618	5	8 294.72	12.69
11	509 618	5	20 246.96	30.99
Total	10 192 374	100	3 265.64	100.00

Fuente: Altimir [2], cuadro 1, p. 133

## CUADRO 14

Información original  
por deciles  
1977

<i>Decil</i>	<i>Familias</i> <i>Número</i>	<i>%</i>	<i>Ingreso</i> <i>medio</i>	<i>% del ingreso</i> <i>total</i>
1	1 183 850	10	3 901.62	1.20
2	1 183 850	10	7 478.10	2.30
3	1 183 850	10	11 054.59	3.40
4	1 183 850	10	14 956.20	4.60
5	1 183 850	10	19 182.96	5.90
6	1 183 850	10	23 734.85	7.30
7	1 183 850	10	30 237.55	9.30
8	1 183 850	10	39 991.60	12.29
9	1 183 850	10	56 573.48	17.39
10	591 925	5	82 584.28	12.69
11	591 925	5	153 463.72	23.60
Total	11 838 503	100	32 513.5	100.00

Fuente: Altimir [2], cuadro 1, p. 133

## CUADRO 15

Información corregida  
por estratos  
1950

<i>Estratos</i>	<i>Familias</i> <i>Número</i>	<i>%</i>	<i>Ingreso</i> <i>medio</i>	<i>% del ingreso</i> <i>total</i>
1	188 884	3.69	130.26	.89
2	1 317 090	25.80	182.25	8.78
3	995 475	19.50	244.43	8.89
4	888 269	17.39	317.32	10.31
5	556 444	10.89	427.45	8.69
6	551 340	10.80	697.20	14.06
7	362 454	7.09	1 120.12	14.85
8	122 520	2.40	1 753.92	7.85
9	76 575	1.50	3 120.47	8.74
10	45 944	.89	10 050.48	16.89
Total	5 105 000	100.00	535.55	100.00

Fuente: Altimir [2], cuadro B-1, Sec. II, p. 170

## CUADRO 16

Información corregida  
por estratos  
1956

<i>Estratos</i>	<i>Familias</i> <i>Número</i>	<i>%</i>	<i>Ingreso</i> <i>medio</i>	<i>% del ingreso</i> <i>total</i>
1	225 397	3.90	182.39	.63
2	866 913	15.00	255.93	3.40
3	918 928	15.89	366.43	5.16
4	653 075	11.29	467.63	4.67
5	589 501	10.20	561.23	5.06
6	1 051 855	18.20	1 106.16	17.82
7	543 266	9.39	1 537.52	12.80
8	647 295	11.20	2 425.59	24.06
9	150 265	2.59	4 095.23	9.42
10	132 926	2.30	8 316.21	16.93
Total	5 779 426	100.00	1 129.12	100.00

Fuente: Altimir [2], cuadro B-2, Sec. II, p. 171.

## CUADRO 17

Información corregida  
por estratos  
1958

Estratos	Familias Número	%	Ingreso medio	% del ingreso total
1	454 782	7.09	264.02	1.40
2	1 005 644	15.70	375.26	4.40
3	775 051	12.09	464.77	4.19
4	813 483	12.69	558.79	5.29
5	1 268 265	19.79	737.12	10.89
6	794 267	12.39	1 630.55	15.10
7	896 753	14.00	2 591.92	27.09
8	397 133	6.19	6 824.58	31.59
Total	6 405 381	100.00	1 339.00	100.00

Fuente: Altimir [2], cuadro B-3, Sec. II p. 172.

## CUADRO 18

Información corregida  
por estratos  
1963

Estratos	Familias Número	%	Ingreso medio	% del ingreso total
1	1 348 653	18.40	347.68	3.59
2	1 839 739	25.09	617.37	8.72
3	1 583 202	21.60	923.91	11.23
4	798 930	10.89	1 424.92	8.74
5	1 099 446	15.00	3 062.50	25.84
6	337 163	4.60	5 265.56	13.63
7	139 263	1.90	7 622.73	8.15
8	117 274	1.60	11 495.48	10.35
9	65 966	.89	19 231.95	9.74
Total	7 329 640	100.00	1 777.08	100.00

Fuente: Altimir [2], cuadro B-4, Sec. II, p. 173.

## CUADRO 19

Información corregida  
por estratos  
1968

Estratos	Familias Número	%	Ingresa medio	% del ingreso total
1	440 154	5.40	497.08	.97
2	1 255 253	15.39	666.96	3.75
3	1 630 200	20.00	1 039.45	7.58
4	3 325 608	40.80	1 957.59	29.15
5	1 059 630	13.00	5 718.23	27.13
6	277 134	3.40	10 529.11	13.06
7	163 020	2.00	25 075.72	18.31
Total	8 151 000	100.00	2 739.02	100.00

Fuente: Altimir [2], cuadro B-5, Sec. I, p. 174.

## CUADRO 20

Información corregida  
por estratos  
1977

Estratos	Familias Número	%	Ingresa medio	% del ingreso total
1	272 285	2.30	2 348.34	.10
2	295 962	2.50	4 320.96	.20
3	390 670	3.29	6 546.90	.40
4	639 279	5.40	10 002.22	10.00
5	864 211	7.30	12 578.13	1.70
6	1 018 112	8.60	16 957.25	2.70
7	1 456 137	12.29	22 395.21	5.10
8	1 491 652	12.60	30 006.66	7.00
9	1 290 398	10.89	39 146.31	7.89
10	1 195 689	10.10	51 338.13	9.60
11	591 925	5.00	71 295.83	6.59
12	876 050	7.39	92 696.27	12.69
13	1 456 137	12.29	197 604.87	44.99
Total	11 838 514	100.00	54 012.00	100.00

Fuente: Altimir [2], cuadro sin núm., p. 156 y cuadro sin núm. p. 159.

## CUADRO 21

Información corregida  
por deciles  
1950

<i>Decil</i>	<i>Familias</i> <i>Número</i>	<i>%</i>	<i>Ingreso</i> <i>medio</i>	<i>% del ingreso</i> <i>total</i>
1	510 500	10	144.59	2.70
2	510 500	10	176.73	3.29
3	510 500	10	214.21	4.00
4	510 500	10	240.99	4.49
5	510 500	10	246.35	4.60
6	510 500	10	299.90	5.60
7	510 500	10	364.17	6.80
8	510 500	10	476.63	8.89
9	510 500	10	776.54	14.50
10	255 250	5	1 188.92	11.10
11	255 250	5	3 641.74	34.00
Total	5 105 000	100	535.55	100.00

Fuente: Altimir [2], cuadro 4, p. 136, y cuadro B-1, p. 170.

## CUADRO 22

Información corregida  
por deciles  
1956

<i>Decil</i>	<i>Familias</i> <i>Número</i>	<i>%</i>	<i>Ingreso</i> <i>medio</i>	<i>% del ingreso</i> <i>total</i>
1	577 942	10	225.70	2.00
2	577 942	10	259.56	2.30
3	577 942	10	361.12	3.20
4	577 942	10	417.55	3.69
5	577 942	10	496.55	4.40
6	577 942	10	688.40	6.09
7	577 942	10	1 117.24	9.89
8	577 942	10	1 365.52	12.09
9	577 942	10	1 918.50	17.00
10	288 971	5	2 889.03	12.80
11	288 971	5	5 981.20	26.50
Total	5 779 426	100	1 128.53	100.00

Fuente: Altimir [2] cuadro 4, p. 136 y cuadro B-2, p. 171.

## CUADRO 23

Información corregida  
por deciles  
1958

Decil	Familias Número	%	Ingreso medio	% del ingreso total
1	640 538	10	281.18	2.09
2	640 538	10	374.92	2.80
3	640 538	10	441.86	3.29
4	640 538	10	508.82	3.80
5	640 538	10	589.16	4.40
6	640 538	10	696.28	5.19
7	640 538	10	977.46	7.30
8	640 538	10	1 687.14	12.60
9	640 538	10	2 370.03	17.70
10	320 269	5	3 320.71	12.39
11	320 269	5	7 605.51	28.39
Total	6 405 381	100	1 339.00	100.00

Fuente: Altimir [2], cuadro 4, p. 136, y cuadro B-3, p. 172.

## CUADRO 24

Información corregida  
por deciles  
1963

Decil	Familias Número	%	Ingreso medio	% del ingreso total
1	732 964	10	267.36	1.50
2	732 964	10	497.29	2.79
3	732 964	10	532.94	2.99
4	732 964	10	657.71	3.69
5	732 964	10	835.95	4.69
6	732 964	10	923.29	5.17
7	732 964	10	1 137.19	6.37
8	732 964	10	1 759.25	9.86
9	732 964	10	3 340.27	18.73
10	366 482	5	4 940.89	13.86
11	366 482	5	10 805.09	30.31
Total	7 329 640	100	1 782.43	100.00

Fuente: Altimir [2], cuadro 4, p. 136 y cuadro B-4, p. 173.

## CUADRO 25

Información corregida  
por deciles  
1968

Decil	Familias Número	%	Ingreso medio	% del ingreso total
1	815 100	10	520.41	1.90
2	815 100	10	712.14	2.59
3	815 100	10	986.04	3.59
4	815 100	10	1 095.60	4.00
5	815 100	10	1 424.29	5.19
6	815 100	10	1 725.58	6.30
7	815 100	10	2 026.87	7.39
8	815 100	10	2 465.11	8.99
9	815 100	10	4 437.21	16.20
10	407 550	5	7 504.91	13.69
11	407 550	5	16 488.90	30.09
Total	8 151 000	100	2 739.02	100.00

Fuente: Altimir [2], cuadro 4, p. 136 y cuadro B-5, p. 174.

## CUADRO 26

Información por deciles corregida de acuerdo con el método CEPAL/B.M.  
1963

Decil	Familias Número	%	Ingreso medio	% del ingreso total
1	732 964	10	173.40	1.00
2	732 964	10	277.44	1.60
3	732 964	10	364.13	2.09
4	732 964	10	485.52	2.80
5	732 964	10	641.57	3.69
6	732 964	10	814.97	4.69
7	732 964	10	1 092.42	6.30
8	732 964	10	1 699.31	9.79
9	732 964	10	3 086.51	17.79
10	366 482	5	5 063.27	14.60
11	366 482	5	12 346.07	35.59
Total	7 329 640	100	1 734	100.00

Fuente: Altimir [2], cuadro sin núm. p. 155 y cuadro sin núm. p. 157.

## CUADRO 27

Información por deciles corregida de acuerdo con el método CEPAL/B.M.  
1968

<i>Decil</i>	<i>Familias</i> <i>Número</i>	<i>%</i>	<i>Ingreso</i> <i>medio</i>	<i>% del ingreso</i> <i>total</i>
1	815 100	10	225.89	.89
2	815 100	10	401.60	1.60
3	815 100	10	602.40	2.40
4	815 100	10	803.20	3.20
5	815 100	10	1 029.09	4.09
6	815 100	10	1 305.20	5.19
7	815 100	10	1 756.99	7.00
8	815 100	10	2 635.49	10.49
9	815 100	10	4 216.79	16.79
10	407 550	5	6 425.60	12.80
11	407 550	5	17 820.99	35.49
Total	8 151 000	100	2 510.00	100.00

Fuente: Altimir [2], cuadro sin núm., p. 155 y cuadro sin núm. p. 158.

## CUADRO 28

Información por deciles corregida de acuerdo con el método CEPAL/B.M.  
1977

<i>Decil</i>	<i>Familias</i> <i>Número</i>	<i>%</i>	<i>Ingreso</i> <i>medio</i>	<i>% del ingreso</i> <i>total</i>
1	1 183 851	10	990.22	1.10
2	1 183 851	10	1 890.41	2.09
3	1 183 851	10	2 790.61	3.09
4	1 183 851	10	3 690.81	4.09
5	1 183 851	10	4 681.04	5.19
6	1 183 851	10	5 851.29	6.50
7	1 183 851	10	7 471.66	8.30
8	1 183 851	10	10 442.32	11.60
9	1 183 851	10	16 113.58	17.90
10	591 925	5	22 865.07	12.69
11	591 925	5	49 330.95	27.39
Total	11 838 514	100	9 002.00	100.00

Fuente: Altimir [2], cuadro sin núm. p. 155 y cuadro sin núm. p. 159.

## VII

# Estructura de la desigualdad

### *Conceptos generales*

Los ingresos de la población conjunta son el efecto de una superposición de fenómenos heterogéneos; la población está constituida por generaciones o cohortes cuyos miembros ingresaron a la fuerza de trabajo en épocas muy diferentes en cuanto a posibilidades educativas y económicas; habita zonas geográficas con circunstancias económicas variadas, obtiene los ingresos de una o más fuentes posibles, proviene y es parte de hogares de características diferentes, etc. De aquí que las comparaciones globales de desigualdad proporcionan sólo indicios sobre la naturaleza de la desigualdad y sus tendencias. Comparar la desigualdad de componentes o subdivisiones del ingreso global no resuelve el problema de investigar la desigualdad del conjunto, si al hacerlo no incorpora el ingrediente más importante, que es de vincular la desigualdad de las partes y la desigualdad global. De poco sirve calcular índices del ingreso por regiones, por fuentes o por grupos de edad, si no sabemos cómo es su relación con la desigualdad del país, el ingreso total o la población conjunta. Para cubrir este aspecto es necesario imponer a la fórmula del índice condiciones que permitan hacer una especie de contabilidad de la desigualdad total. A este problema se refiere el capítulo presente. Antes de explicar cuáles son esos requisitos, es necesario distinguir dos aspectos del problema, que son el de descomponer el ingreso y el de descomponer la población. Como veremos en este capítulo, las propiedades relevantes de los índices son muy diferentes en cada caso y conducen a nuevos criterios normativos y técnicos.

El primer caso, de descomposición de ingresos, se presenta cuando se quiere estudiar, por ejemplo, la composición de la desigualdad de ingresos por trabajo, por capital, por transferencias, etc., de un *mismo* grupo de individuos que reciben ingresos mixtos. Otro ejemplo que ilustra este caso es el del crecimiento económico, que será examinado

en el capítulo VIII, en el cual a la desigualdad del ingreso de un periodo se “suma” la desigualdad del crecimiento del ingreso y de aquí resulta la desigualdad del ingreso del periodo siguiente. La población cuya desigualdad se analiza es siempre la misma, y lo que se quiere es evaluar la contribución de cada una de las fuentes o tipos de ingresos a la desigualdad del total. En este tipo de problema es pues el ingreso el que se divide en partes.

El segundo asunto es muy diferente; surge cuando lo que interesa es examinar la estructura de la desigualdad de la *unión* de poblaciones diferentes. El ejemplo que ilustra mejor este caso es el de evaluar la desigualdad de un país en relación con la de sus regiones. Un conjunto de poblaciones diferentes constituyen por unión la población total; cada subpoblación puede tener composiciones de ingresos diferentes, en el sentido del primer tipo de problema.

La aclaración anterior es importante porque estos dos aspectos suelen confundirse, en especial, en los estudios sobre la estructura del ingreso por fuentes; por ejemplo, entre ingresos por salarios y por capital. Una cosa es la estructura del ingreso por fuentes en una población que recibe ingresos mixtos, y otra muy diferente la estructura de la desigualdad de un conjunto de subpoblaciones donde cada una recibe ingresos de una sola fuente; por ejemplo, por salarios o por la propiedad de medios de producción. En este segundo caso la población está dividida en clases. En el primero no. Antes de examinar cada caso, es preciso examinar la forma de comparar distribuciones de ingresos donde las poblaciones son diferentes.

#### *Principio de simetría de poblaciones*

El supuesto de muchos índices de que las poblaciones son iguales es una restricción importante en la aplicación empírica; casi no existen situaciones donde se cumpla tal condición. Al descomponer la desigualdad, las regiones o grupos de interés tendrán en general poblaciones diferentes. Para salvar esta dificultad es necesario imponer a los índices una condición adicional, que es el llamado axioma de simetría para poblaciones: si las dos regiones o grupos, o en general cualquier número de ellos que constituyen el conjunto, tienen distribuciones del ingresos idénticas, y el mismo número de habitantes cada una, el índice que utilicemos deberá satisfacer la condición de que al aplicarse a las poblaciones juntas debe dar el mismo nivel de desigualdad que la de cada una por separado. Este principio difícilmente es objetable. Por ejemplo, si tenemos dos poblaciones de dos individuos con distribuciones

(10,40) cada una, la desigualdad de las dos juntas, es decir de (10, 10, 40, 40) deberá ser la misma que la de cualquiera de las dos poblaciones individuales.<sup>36</sup>

Los índices que cumplen con el principio de transferencias y simetría, aplicados a distribuciones comparables en el sentido de Lorenz, cumplen también con el principio anterior. Por lo tanto permiten deducir que el bienestar por habitante es mayor en la distribución cuya desigualdad es menor. Desde el punto de vista descriptivo también: cuando dos distribuciones tienen el mismo ingreso por habitante, y son comparables en el sentido de Lorenz, puede deducirse sin ambigüedades si la desigualdad en una es o no menor que en la otra. La misma conclusión es cierta si la distribución con desigualdad menor tiene un ingreso por habitante mayor a la otra. Sin las distribuciones no son comparables en el sentido de Lorenz, entonces la comparación involucra supuestos adicionales, principalmente el de ponderación decreciente de transferencias. El principio de simetría de poblaciones, también llamado de homogeneidad o de replicación de poblaciones, resuelve el problema de comparar distribuciones con poblaciones diferentes, pero no el de comparar distribuciones con ingresos medios diferentes.

### *Estructura de la desigualdad en poblaciones separadas*

Supongamos que la desigualdad de una distribución se quiere descomponer en partes que correspondan a grupos de población distintos, por ejemplo la de un país en regiones. La desigualdad tendrá dos tipos de componentes: la de cada región, o desigualdad interna, y la desigualdad entre regiones, o externa. En el caso más simple de dos regiones, la desigualdad del conjunto, de acuerdo a un índice  $L$  cualquiera, tendría la composición siguiente:

$$L = aL_1 + bL_2 + cL_{12}$$

La desigualdad del “país”,  $L$ , sería la suma ponderada de la desigualdad de cada una de sus dos regiones,  $L_1$  y  $L_2$ , y de la desigualdad *entre* las regiones. La razón para ponderar los componentes (con las magnitudes  $a$ ,  $b$  y  $c$ ) es que, en general, la importancia de cada subpoblación en el total será desde luego menor que la de la población

<sup>36</sup> Compárese lo anterior con lo dicho acerca del índice de Theil, cuyo límite superior depende del número de individuos. El teorema de replicación anterior aparece en numerosas fuentes; véase, por ejemplo, Dasgupta *et al.* [18].

conjunta y diferente según el tamaño económico o demográfico de cada región. Al escoger un índice en particular, escogeremos automáticamente las ponderaciones  $a$ ,  $b$  y  $c$  asociadas a ese índice; estas ponderaciones parten de juicios de valor.

Si por alguna circunstancia desapareciera la desigualdad de cada región, subsistiría la desigualdad entre regiones. La igualación de ingresos en las regiones no tendría por qué eliminar la desigualdad entre unas regiones y otras. Por lo tanto, cualquier índice que utilicemos deberá tener la propiedad de que la suma ponderada de las desigualdades de cada grupo o región no deberá nunca exceder a la desigualdad del grupo:

$$\text{Desigualdad regional} \leq \text{Desigualdad global}.$$

Si se unen dos regiones cuya desigualdad interna es nula, pero con ingresos medios diferentes, deberá haber desigualdad en el conjunto. La diferencia entre la desigualdad global y la de cada grupo o región, que será positiva o cero, según que los ingresos medios de esos grupos difieran o no, es precisamente la desigualdad *entre* los grupos. La condición anterior significa además que todas las partes de la descomposición nunca podrán ser negativas; es decir, la descomposición define la estructura de la desigualdad como un conjunto de magnitudes que pueden expresarse como proporciones.

La condición anterior requiere además que los componentes intra-grupos sean independientes del componente entre grupos. De este modo, cada cambio en la distribución se vería reflejado en su ámbito específico: la desigualdad interna se vería afectada por transferencias dentro de los grupos o regiones, y la externa por transferencias entre unos grupos y otros. Este requisito es de la mayor importancia, y por lo tanto conviene abundar sobre su significado.

Para examinar esta condición de independencia de las partes de la descomposición, veamos el significado del componente entre regiones  $I_{12}$  como medida de la contribución de las diferencias de los grupos o regionales a la desigualdad global  $L$ . Dicho componente puede interpretarse por una parte como la desigualdad que habría si se eliminases las diferencias *intrarregionales*; en este caso la desigualdad entre las regiones o grupos sería la desigualdad que no podría eliminarse mediante transferencia alguna dentro de las regiones. Por otra parte puede interpretarse como el monto en el que se reduciría la desigualdad global si se eliminases las diferencias *entre* regiones. La primera interpretación no presenta complicaciones, porque es concebible un proceso de

igualación de ingresos dentro de cada región, sin que esto afecte para nada las diferencias de ingresos entre regiones.

La segunda no es tan clara, porque eliminar las diferencias entre regiones tendrá efectos complejos sobre la desigualdad dentro de cada región. Para ver por qué, supongamos que se quiere transferir ingreso de una región a otra sin alterar la desigualdad interna de ninguna de ellas. La transferencia de una región a otra podría hacerse tomando una proporción fija de los ingresos de los individuos de esa región para pasárselos también en forma proporcional a otra u otras. En este caso la desigualdad relativa intrarregional permanecería constante, pero la absoluta no. En forma análoga puede describirse un proceso de transferencias absolutas uniformes, en cuyo caso la desigualdad relativa se vería alterada; el fenómeno se complica todavía más en el caso de un proceso de transferencias con una mezcla de tipos. Considérese además que una reducción equiproporcional de ingresos en la región que cede ingresos a otra puede sonar justa; en cambio una reducción absoluta uniforme no, porque afectaría proporcionalmente más a los de menos ingreso. Por este mecanismo, si los componentes intra y entre grupos no son independientes, la desigualdad global se verá afectada por las transferencias entre grupos de tal manera que la desigualdad global entre una situación y otra no podrá compararse sin ambigüedades.

Veamos el argumento con un ejemplo. Supóngase el caso hipotético de dos “regiones”, con dos individuos cada una, que aparecen en el centro del diagrama 7.1. Los cuatro ingresos suman 100. Además de los ingresos, cada sección de la gráfica muestra, para cada región, los valores de los índices de Theil ponderados con población; estos valores muestran las desigualdades intrarregionales. El diagrama contiene también los índices de desigualdad anteriores aplicados a los ingresos medios de las dos regiones, o sea la desigualdad interregional.

Las secciones alrededor de la parte central del diagrama muestran cuatro distribuciones, obtenidas efectuando transferencias en la del centro, hasta hacer nula la desigualdad interregional. La sección superior izquierda es una distribución regional obtenida transfiriendo cantidades absolutas iguales de los dos individuos de la región I, que es la de mayor ingreso, a la región II repartidos a esta última en montos absolutos iguales. La sección superior derecha, muestra una distribución regional obtenida de tomar una proporción fija de los dos ingresos de la región I, transferidos luego en partes absolutas iguales a los ingresos de la sección II. La sección inferior izquierda contiene una distribución regional obtenida tomando montos absolutos iguales de la región

## DIAGRAMA 7.1

Ilustración del efecto de transferencias  
interregionales, absolutas y relativas

Los individuos de  
la región I ceden  
montos absolutos  
iguales a los de II

Ind.	I	II
1	5	15
2	45	35
Región	50	50

Los individuos de  
la región I ceden  
proporciones  
uniformes

Ind.	I	II
1	8.3	15
2	41.7	35
Región	50	50

Los individuos  
de II reciben  
montos absolutos  
iguales

Ind.	Región	
	I	II
1	10	10
2	50	30
Región	60	40

Ind.	I	II
1	5	12.5
2	45	37.5
Región	50	50

Ind.	I	II
1	8.3	12.5
2	41.7	37.5
Región	50	50

Los individuos  
de II reciben  
proporciones  
iguales

I y transfiriendo una proporción fija a los dos ingresos de la región II. Por último, en la sección inferior derecha aparece la distribución que se obtiene de transferir a la región II una proporción fija de los ingresos de la región I. Por supuesto que hay infinidad de transferencias posibles mediante las cuales anular la desigualdad entre las dos regiones, pero la gráfica muestra los cuatro tipos de combinaciones de transferencias básicas, absolutas y proporcionales, que eliminarían la desigualdad *entre* las dos regiones.

Este diagrama ilustra el problema de interpretar la desigualdad *intraregional* como la desigualdad que existiría si desaparecieran las diferencias entre los ingresos medios de las regiones. Las transferencias entre regiones tendrán siempre un efecto sobre la desigualdad interregional que cada índice de desigualdad capturará en forma diferente. Al efectuar transferencias tomadas en montos absolutos iguales (las dos secciones al lado izquierdo de la gráfica), es muy alto el efecto sobre las distancias relativas de los ingresos de la región que cede ingresos.

## DIAGRAMA 7.2

Región	Individuo dentro de la región	Ingreso	Ingreso medio de la región
1	1	$y_1$	
	2	$y_2$	$1/n_1 \sum_{i \in 1} y_i$
	:	:	
	:	:	
	$n_1$	$y_{n1}$	
2	1	$y_1$	
	2	$y_2$	
	:	:	$1/n_2 \sum_{i \in 2} y_i$
	:	:	
	$n_2$	$y_{n2}$	
g	:	:	
	:	:	
	1	$y_1$	
	2	$y_2$	
	:	:	$1/n_g \sum_{i \in g} y_i$
G	:	:	
	$n_g$	$y_{ng}$	
	:	:	
	:	:	
	1	$y_1$	
País	2	$y_2$	
	:	:	
	:	:	$1/n_G \sum_{i \in G} y_i$
	$n_G$	$y_{nG}$	
	$n = \sum_{g=1}^G n_g$	$\bar{y} = \sum_{g=1}^G \sum_{i \in g} y_i$	$1/n \sum_{g=1}^G \sum_{i \in g} y_i$

Cuando la región 1 cede cantidades equiproporcionales para repartirlas en montos absolutos iguales, la desigualdad relativa permanece constante en la región 1 y se reduce considerablemente en la región II. Cuando se toman montos absolutos iguales, y se reparten en proporciones iguales, aumenta la desigualdad relativa en la región que cede ingresos y permanece constante en la región que los recibe.

Por las complicaciones que surgen al examinar la estructura de la desigualdad, para mantener simple el argumento, se examinará sólo la descomposición de índices relativos; de otro modo habría que especificar en detalle el mecanismo y la forma de las transferencias entre una región y otras.<sup>37</sup>

Para ilustrar la descomposición conviene partir de una clasificación hipotética del ingreso en grupos, como muestra el diagrama 7.2, que es un caso general del diagrama 7.1 anterior.

El diagrama 7.2 muestra una población de  $n$  individuos clasificada en  $G$  grupos;  $y_i$  es el ingreso del individuo  $i$ ; dentro del grupo  $g$  hay  $n_g$  individuos; el ingreso promedio de cada grupo es  $y_g$  y el promedio general es  $\bar{y}$ . El número total de individuos,  $n$ , es la suma de los números de individuos dentro de cada grupo. El ingreso medio del grupo  $g$  es:

$$y_g = (1/n_g) \sum_{i \in g} y_i$$

donde  $i \in g$  indica que la suma comprende a los individuos  $i$  que pertenecen al grupo  $g$ . Con esta nomenclatura se indica en forma sencilla que el número de individuos en cada grupo puede ser diferente. La descomposición de la desigualdad total de un grupo es pues una suma ponderada de desigualdades internas y la desigualdad entre los grupos. El diagrama 7.3 ilustra la contabilidad de la desigualdad interna y entre grupos.

Las dos interpretaciones de los componentes intrarregionales, o internos en general, como contribuciones a la desigualdad total, coincidirán solamente en aquellos índices que cumplen con la condición de independencia entre los componentes y entre las ponderaciones de la desigualdad interna. Cuando un índice cumple tal condición se dice que es desagregable y aditivo. Cada índice, cabe reiterar, tendrá ponderaciones específicas, que pueden o no ser deseables desde el punto de vista normativo.

### *Descomposición de algunos índices*

De acuerdo con las explicaciones anteriores, el requisito de independencia de componentes y entre ponderaciones y desigualdad, es esencial para examinar la estructura de la desigualdad en sus componentes

<sup>37</sup> El lector interesado puede ver un análisis más detallado en Persky y Tam [51] y Tam y Persky [71].

## DIAGRAMA 7.3

REPRESENTACIÓN ESQUEMÁTICA DE LA ESTRUCTURA  
DE LA DESIGUALDAD ENTRE E INTRA GRUPOS

Grupo	Desigualdad	Ponderación	Contribución
1	$D_1$	$a_1$	$D_1 x a_1 +$
2	$D_2$	$a_2$	$D_2 x a_2 +$
3	$D_3$	$a_3$	$D_3 x a_3 +$
:	:	:	
:	:	:	
:	:	:	
6	$D_6$	$a_G$	$D_G x a_G +$
Total intragrupos		$D_{INTRA}$	$+ D_{INTRA}$
Entre grupos		$D_{ENTRE}$	$+ D_{ENTRE}$
Desigualdad Conjunta			$D$

inter e intra grupos, cualquiera que sea el criterio para clasificar la población en grupos, con tal de que sean disjuntos (que no tengan elementos en común). Veamos algunas fórmulas de las ya examinadas para ilustrar estos argumentos y para examinar qué propiedades tienen a este respecto.

*Varianza.* La varianza es uno de los índices de dispersión más conocidos en cuanto a sus características de descomposición; su aplicación más frecuente en este sentido es en el llamado análisis de varianza, que es el método típico para examinar la estructura de una variable aleatoria. Para examinar las propiedades de la varianza, conviene hacerlo con el ejemplo del cuadro 7.1, de una población hipotética clasificada en tres "regiones" de un "país" de 10 habitantes. Para simplificar la aritmética, los ingresos del país suman 100 pesos.

Si medimos la desigualdad interna de cada grupo mediante la varianza, su valor para el grupo  $g$  será

$$V_g = (1/n_g) \sum_{i \in g} (y_i - \bar{y})^2$$

Para el caso del ejemplo hay tres varianzas internas:

$$V_1 = [(10-15)^2 + (20-15)^2]/2 = 25$$

$$V_2 = [(10-13.3)^2 + 2x(15-13.3)^2]/3 = 5.6$$

$$V_3 = [(4-6)^2 + 2x(5-6)^2 + (6-6)^2 + (10-6)^2]/5 = 4.4.$$

CUADRO 7.1

Región	Núm. de individuos	Ingreso					Ingreso total	Ingreso promedio
		1	2	3	4	5		
I	2	10	20				30	15
II	3	10	15	15			40	13.3
III	5	4	5	5	6	10	30	6
PAÍS	10						100	10

CUADRO 7.2

Región	Desigualdad dentro de la región	Ponderación	Contribución
I	25.0	.2	5.0
II	5.6	.3	1.7
III	4.4	.5	2.2
Desigualdad intrarregional total		1	8.9
Desigualdad interregional		1	16.3
Desigualdad del país			25.2

Por otra parte, si sólo tuviéramos información sobre el ingreso medio de las regiones, la desigualdad entre grupos  $V_E$  sería

$$V_E = \sum_{g=1}^G (n_g/n)(y_g - \bar{y})^2,$$

es decir, la varianza de los ingresos medios de cada región con respecto al ingreso medio del país. Nótese que para obtener esta magnitud, es necesario ponderar cada término de la suma por la proporción de población en cada grupo; esto es equivalente a sumar  $n_g$  individuos cuyos ingresos medios son todos iguales a  $y_g$ . Para el caso del ejemplo, la varianza "interregional" sería:

$$V_E = .2x(15-10)^2 + .3x(13.3-10)^2 + .5x(6-10)^2 = 16.3$$

Con los cálculos del ejemplo, podemos formar la suma de desigualdades intrarregionales y la interregional; para ello, conviene ponderar

las desigualdades intrarregionales con la importancia de la población de cada región en el total. Los resultados aparecen en el cuadro 7.2

Si el lector calcula la varianza de todo el país, sin separarla por regiones, verá que su valor es precisamente 25.2 (pesos al cuadrado), o sea la suma de los componentes intra e interregionales del cuadro 7.2. En general, es cierto que

Varianza  
conjunta

Varianza  
interna

$$(1/n) \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 = \sum_{g=1}^G (n_g/n) [(1/n_g) \sum_{i \in g} (y_i - \bar{y}_g)]^2$$

Varianza  
externa

$$+ \sum_{g=1}^G (n_g/n) (\bar{y}_g - \bar{y})^2,$$

es decir, la suma de las desigualdades intragrupos ponderadas con población y la desigualdad entre grupos es exactamente la desigualdad del conjunto. Las ponderaciones de la desigualdad de los grupos son *independientes* de la desigualdad entre los grupos porque son simplemente las proporciones de población de cada región. Las ponderaciones siempre suman 1. Cualquier transferencia de ingresos entre las regiones no altera la importancia relativa de la desigualdad entre ellas.

*Índices derivados de la varianza.* La descomposición anterior puede hacerse en forma enteramente análoga para el caso de la varianza de logaritmos, fórmula que también tiene las propiedades de independencia de las ponderaciones. La desviación típica y el coeficiente de variación no pueden descomponerse, pero el cuadrado de este último sí y éste permite averiguar las propiedades de las fórmulas derivadas de la varianza. Al hacerlo se descubre que las ponderaciones intragrupos no son independientes de la desigualdad entre grupos. La descomposición del cuadrado de la desviación típica es la siguiente:

$$\begin{aligned} 1/n \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 / \bar{y}^2 &= 1/\bar{y}^2 \sum_{g=1}^G (n_g/n) (\bar{y}_g - \bar{y})^2 \\ &+ \sum_{g=1}^G (n_g \bar{y}_g^2) / (n \bar{y}^2) [(1/n_g \bar{y}_g^2) \sum_{i \in g} (y_i - \bar{y}_g)^2] \end{aligned}$$

CUADRO 7.3

Región	Ingresos	Individuales	Ingreso	Ingreso
	1	2 3	Total	Medio
I	20	30 50	100	33.3
II	15	25 60	100	33.3
País			200	33.3

La suma de las ponderaciones no es 1 (el componente intrarregional no es un promedio aritmético), sino lo siguiente:

$$1 + (1/\bar{y}^2) \sum_{g=1}^G (n_g/n) (\bar{y}_g - \bar{y})^2$$

Las ponderaciones son siempre mayores que 1, a menos que la desigualdad entre grupos sea nula, y son función creciente de ésta: mientras más desigualdad haya entre las regiones, más importancia se da a la desigualdad dentro de ellas. Esta relación entre ponderaciones y desigualdad entre grupos impide interpretar la descomposición; la desigualdad que habría si se eliminara la desigualdad entre regiones no es la misma que si a la desigualdad total se restara la desigualdad interna de las regiones.

Otra característica muy importante de la descomposición anterior es que en ella las ponderaciones intragrupos dependen de la proporción que el ingreso de cada grupo representa del ingreso total:

$$(n_g/n) (\bar{y}_g/\bar{y})^2 = (n_g \bar{y}_g/n\bar{y}) / \bar{y}_g/\bar{y}$$

La descomposición da más importancia a la desigualdad de los grupos de mayores ingresos. Esta ponderación se opone a las premisas igualitarias usuales. De este índice se derivaría, por ejemplo, que una política debe comenzar por igualar ingresos en las regiones o grupos más ricos para lograr la máxima reducción en la desigualdad global.

*Índice de Gini.* La estructura de ponderaciones de transferencias del índice de Gini, hace difícil explicar qué sucede en relación con su descomposición. Las ponderaciones que hacen que el Gini de los componentes sume el Gini del conjunto son difíciles y tediosas de obtener, aparte de que el resultado es sólo una aproximación cuya validez depende de las cifras a las cuales se aplique. En lugar de examinar la

relación entre los índices de Gini parciales y el global, es preferible examinar por qué en general dicho índice no cumple las condiciones de desagregación anteriores. Para ello es más fácil acudir a un ejemplo, también de dos regiones I y II, pero esta vez con tres individuos cada una, según muestra el cuadro 7.3.

Con la información de este cuadro podemos calcular los índices de Gini de cada región, y el Gini de la población conjunta:

$$G_A = 1 + 1/3 - (2/300)(50 + 2 \times 30 + 3 \times 20) = .20$$

$$G_B = 1 + 1/3 - (2/300)(60 + 2 \times 25 + 3 \times 15) = .30$$

$$G = 1 + 1/6 - (2/1200)(60 + 2 \times 50 + 330 + 4 \times 25 + 5 \times 20 + 6 \times 15) = .27$$

La fórmula del Gini de estos cálculos es una de las descritas en el capítulo IV, en la p. 87. Nótese que la desigualdad entre las regiones es 0 porque ambas tienen el mismo ingreso promedio y el mismo número de habitantes.

Supongamos ahora que el individuo 2 de la región I transfiere un peso al más pobre y un peso al más rico, con la consecuencia de que el índice de Gini de esa región queda igual, ya que ambas transferencias se cancelan en la suma. Ocurre una transferencia en la región I que no altera su desigualdad interna. Sin embargo, al calcular el índice de toda la población vemos que su valor se reduce de .27 a .26. Sin haber ocurrido ninguna transferencia entre las dos regiones, y sin haber ocurrido cambio en la desigualdad dentro de las regiones, el índice de Gini del conjunto registra un cambio.

De acuerdo con el índice de Gini, al transferir ingresos dentro de una región, sin alterar la desigualdad interna de acuerdo al propio índice, y sin efectuar transferencias entre regiones, es posible que la desigualdad del conjunto cambie. También pueden hacerse transferencias que cambien el índice de la región y dejen constante el del conjunto (por ejemplo, si el individuo 2 transfiere 2 pesos al más rico y uno al más pobre, la desigualdad de esa región se eleva a  $G = .22$ , pero el índice general queda igual). Ante esta situación, la única forma de hacer que los componentes sumen el total, es ajustando las ponderaciones de cada uno a cambios en los niveles de desigualdad. Las ponderaciones que originalmente harían que la suma de los componentes fuese .27 tendrían que reducirse después de la transferencia para que los componentes sumaran .26. Sin alterar las ponderaciones, nada garantizaría que los componentes fuesen siempre positivos; peor aún si

la desigualdad global puede cambiar aunque no se altere ninguno de los componentes.<sup>38</sup>

Vemos entonces que el índice de Gini no permite el estudio de la estructura de la desigualdad, porque no puede separarse en componentes internas y externas independientes entre sí. Hecha esta aclaración, tiene poco objeto investigar la estructura de ponderaciones que haga coincidir la suma de componentes con el total. Hay, no obstante, numerosos ejercicios de descomposición de dicho índice que pasan por alto ese hecho.<sup>39</sup>

Esta deficiencia del Gini, y de varios otros índices, tiene otras consecuencias importantes que hacen dudosa su aplicación empírica en general. La dependencia entre sus componentes interna y externa crea el problema de que no permite medir la desigualdad con información agrupada, que es como suele obtenerse el grueso de la información sobre distribución del ingreso. El problema es simplemente que la desigualdad de cada estrato o grupo, por no ser independiente de la desigualdad entre grupos, impide medir la “verdadera” desigualdad. El coeficiente de Gini de datos agrupados siempre tiene un error que sólo puede eliminarse si el índice se calcula con información sobre ingresos individuales, o de la unidad mínima de estudio que se defina.

Muchos índices son “desagregables”, en el sentido de que pueden partirse en componentes aunque éstas no sean independientes. El cuadrado de la desviación típica, las desviaciones y las diferencias medias examinadas en el capítulo IV, el índice de Gini que acabamos de examinar y el índice de Atkinson, caen en esta categoría. Pero ninguno de ellos puede desagregarse en componentes independientes y siempre positivas.<sup>40</sup>

*Índices desagregables y aditivos.* Los únicos índices que cumplen la condición de ser desagregables en partes aditivas e independientes, que desde luego cumplen con los criterios de Pigou-Dalton, de simetría, y de replicación de poblaciones, son casos particulares de la forma general siguiente

$$[1/nc(c-1)] \sum_{i=1}^n [(y_i/\bar{y})^c - 1] \quad (c \text{ es distinto de } 0 \text{ y de } 1)$$

<sup>38</sup> La demostración formal de esta propiedad del Gini aparece en Bourguignon [11].

<sup>39</sup> Un ejemplo es Fei *et al.* [22]. Gollás [30] presenta el mismo ejercicio aplicado al caso de México.

<sup>40</sup> La descomposición de algunos índices simples puede consultarse en Theil [73]. Véase en Szal y Robinson [70] la descomposición del índice de Atkinson.

Esta expresión mide la desigualdad como un promedio de los ingresos relativos al ingreso medio ( $y_i/\bar{y}$ ), calibrados por un parámetro positivo  $c$  que determina la sensibilidad ante transferencias. Mientras mayor es  $c$ , menos sensible es el índice a transferencias entre ingresos bajos. El caso límite más sensible corresponde a un valor de  $c = 0$ , que es precisamente el índice de Theil ponderado con población. El índice correspondiente a un valor de  $c$  igual a 1 es el índice de Theil ponderado con ingreso, y el correspondiente a  $c$  igual a 2 es el cuadrado del coeficiente de variación, examinado previamente.<sup>41</sup>

De los tres índices anteriores, pertenecientes a la familia definida por la fórmula, sólo el índice de Theil ponderado con población cumple la condición de que las ponderaciones son independientes de la desigualdad entre grupos. La varianza, como vimos, también cumple con la condición anterior, pero da igual peso a transferencias entre ricos que entre pobres.

El índice de Theil ponderado con población, aparte de que cumple con las condiciones anteriores, es muy fácil de descomponer en sus partes intra y entre grupos; de hecho, esta característica ha constituido su principal atractivo, más que su estructura de ponderación de transferencias.

Para descomponer el índice de Theil, basta con sumar al componente entre grupos los componentes intragrupo, ponderados con las proporciones de población de cada grupo:

$$\sum p_i \log p_i/q_i = \sum_{g=1}^G p_g \sum_{i \in g} (p_i/p_g) \log \frac{p_i/p_g}{q_i/q_g} +$$

Total = Interna +

$$\sum_{g=1}^G p_g \log p_g/q_g$$

Externa

$$(p_g = \sum_{i \in g} p_i, q_g = \sum_{i \in g} q_i)$$

<sup>41</sup> La fórmula anterior fue derivada por Shorrocks [65]: véase también Bourguignon [11].

## CUADRO 7.4

ESTRUCTURA DE LA DESIGUALDAD ENTRE ASALARIADOS  
Y NO ASALARIADOS

Tipo de desigualdad	Theil-población		Theil-ingreso		Número de individuos	Ingreso medio
	Nivel	Contribución	Nivel	Contribución		
Asalariados	.44	59%	.41	63%	11 999 418	3 220
No asalariados	.70	41%	.71	37%	5 225 484	2 475
Interna total	.52	99%	.48	99%		
Entre asalariados y no asal.	1.0	1%	.01	1%		
Total	.53	100%	.49	100%	17 224 902	2 994

Fuente: Calculado con datos de Reyes H. [57], cuadro 4, p. 640.

En resumen, la fórmula de Theil ponderada con población es la adecuada para el estudio de la estructura de la desigualdad, a la luz de los criterios descriptivos y normativos examinados. Los otros índices tienen desventajas graves. Aunque es posible casi siempre descubrir artificios algebraicos para desagregar las fórmulas, de poco vale el esfuerzo si por anticipado sabemos que los índices no satisfacen los criterios básicos de descomposición.

*Estructura de la desigualdad  
por fuentes de ingreso en México*

Después de la discusión anterior, es conveniente mostrar algunos resultados que ilustren la aplicación de los índices. Los cálculos a continuación son una descomposición de la desigualdad entre asalariados y no asalariados en México, para 1977, de acuerdo con tres definiciones alternativas de la población registrada en la encuesta de ingresos y gastos de ese año.

De acuerdo con las estimaciones obtenidas de dicha encuesta, 70% de los individuos que participan en la actividad económica percibieron ingresos por salarios, y 30% de otras fuentes (de negocios 57%, de cobros por alojamientos, 17% y el resto de ingresos por capital y otras fuentes). De entre los no asalariados, puede distinguirse un reducido número de individuos de ingresos altos, obtenidos en su mayor parte

de ingresos por capital (rentas de inmuebles, intereses por valores y acciones, etc.). De entre los no asalariados, 119 mil individuos recibían más de la mitad de su ingreso de fuentes de capital; de éstos, 88 mil recibían más de tres cuartas partes de su ingreso de esa fuente.

El cuadro 7.4 muestra la estructura de la desigualdad entre asalariados y no asalariados de acuerdo con los índices de Theil ponderados con ingreso y población, según la clasificación mencionada.

Los números de este cuadro y los dos siguientes son sorprendentes respecto de lo que suele creerse acerca de las diferencias entre ingresos por salarios y por capital. Muestran que la desigualdad de los ingresos no salariales (.41 en el Theil-ingreso y .44 en el Theil-población) es mayor que la de los ingresos salariales, pero que la desigualdad entre los dos grupos de individuos es insignificante (.01 en ambos índices). El grueso de la desigualdad del ingreso conjunto se debe a desigualdades internas de las fuentes: se lograría poco reduciendo la desigualdad entre asalariados y no asalariados. Cualquier medida para reducir las disparidades de ingresos debe dirigirse, de acuerdo a estos números, a las desigualdades intra salariales e intra no salariales, no a las discrepancias entre los ingresos medios de los dos grupos. La diferencia entre los ingresos medios de los dos grupos (3 220 y 2 475 pesos) es de poca importancia en comparación con las disparidades dentro de los grupos (que son del orden de 300 a 30 000 pesos en la información por estratos de ingresos).

Otro aspecto notable es que, aunque la desigualdad no salarial es la mayor de las dos, su contribución al total es lo contrario, ya que son menores tanto la proporción de individuos que reciben ingresos de esa fuente, como la proporción de ingresos correspondiente. En el caso del Theil población, que es el índice que cumple la condición de independencia de ponderaciones, casi dos terceras partes de la desigualdad interna, es decir, prácticamente de toda la desigualdad conjunta, se deben a la desigualdad del grupo asalariado.

Veamos ahora qué sucede al clasificar a los grupos entre aquellos que obtienen más del 50% y 75% de su ingreso de fuentes de capital y el resto. Tenemos así dos clasificaciones alternativas entre dos minorías capitalistas y el resto de los perceptores de ingreso. Los resultados de este ejercicio aparecen en los cuadros 7.5 y 7.6.

Ambos cuadros muestran esencialmente lo mismo que el anterior en cuanto a la escasa importancia de las diferencias entre los grupos. La desigualdad de los "capitalistas" representa casi el doble de la del grupo restante, pero su contribución a la desigualdad interna es muy

CUADRO 7.5

ESTRUCTURA DE LA DESIGUALDAD ENTRE ASALARIADOS  
Y PERCEPTORES DE INGRESO CON INGRESOS POR CAPITAL  
IGUALES O MAYORES A 50% DEL INGRESO TOTAL

Tipo de desigualdad	Theil-población		Theil-ingreso		Número de individuos	Ingreso medio
	Nivel	Contribución	Nivel	Contribución		
Asalariados	.52	99%	.48	98%	17 105 873 (99.3%)	
Ing. > 50%	.81	1%	.83	2%	119 029 (.7%)	5 851
Interna total	.527	99.5%	.49	100		
Entre asalariados y no asal.	.002	.5%	0	0		
Total	.529	100%	.49	100	17 224 902 (100%)	2 994

Fuente: Calculado con datos de Reyes H. [57], cuadro 6, p. 657.

CUADRO 7.6

ESTRUCTURA DE LA DESIGUALDAD ENTRE ASALARIADOS  
Y PERCEPTORES DE INGRESO CON INGRESOS POR  
CAPITAL IGUALES O MAYORES A 75% DEL TOTAL

Tipo de desigualdad	Theil-población		Theil-ingreso		Número de individuos	Ingreso medio
	Nivel	Contribución	Nivel	Contribución		
Asalariados	.52	99%	.48	98%	17 136 936 (99.5%)	
Ing. > 75%	.92	1%	.90	2%	87 966 (0.5%)	6 476
Interna total	.527	99.6%	.490	99.5%		
Entre asalariados y no asal.	.002	.4%	.003	.5%		
Total	.529	100.0	.49	100.0	17 224 902	2 994

Fuente: Calculado con datos de Reyes H. [57], cuadro 6, p. 657.

baja. La desigualdad de los “no capitalistas”, que son en su mayor parte asalariados, representa entre 98 y 99% de la desigualdad interna, que es prácticamente toda. Lo más notable es que aun cuando la población capitalista es muy reducida, la desigualdad entre este pequeño grupo y el resto no es significativa. La información no detecta la presencia tan señalada a diario de un grupo capitalista cuyos ingresos sean astronómicamente mayores a los del resto de la población. La subdeclaración de ingresos por capital, típica de las encuestas, debe ser muy significativa, o bien los ingresos de los grupos asalariados insospechadamente elevados como para ocultar las enormes diferencias de ingresos que observamos casualmente en México.

### *Composición de ingresos*

El otro aspecto de interés en relación con la estructura de la desigualdad se refiere, como fue señalado al principio del capítulo, a los componentes de la desigualdad en términos de la forma como está constituido el ingreso de una misma población. La composición de ingresos por fuentes, el efecto de la tributación, y el crecimiento económico son casos importantes de análisis de este aspecto.

En el capítulo V se explicó qué cambios experimenta un índice ante aumentos uniformes de ingreso, absolutos y proporcionales, en relación con los índices “izquierdistas” y “derechistas”. El caso de adiciones absolutas uniformes permite ilustrar el comportamiento de la desigualdad por componentes del ingreso. Supongamos que una distribución del ingreso tiene un nivel de desigualdad  $D$  y que a todos los ingresos de esa distribución sumamos una misma cantidad  $a$ ; cada ingreso en la distribución resultante será por lo tanto  $y_i + a$ . Sabemos que la desigualdad del conjunto de adiciones de ingresos  $a$  es nula, puesto que todas las magnitudes son iguales; sabemos también que la desigualdad relativa de la distribución resultante de sumar  $a$  pesos a cada ingreso será menor que al principio, ya que este monto absoluto constante representa proporciones menores a mayor ingreso. De esto deducimos que la desigualdad relativa resultante es menor que la desigualdad de la distribución original, de tal modo que la suma de desigualdades es menor que la desigualdad de la suma; en fórmulas:

$$D_o + Dy_a \geq D_y$$

Como la desigualdad  $Dy_a$  es cero, concluimos que la suma de desigualdades es menor que la desigualdad de la suma:

gualdades de cada componente tiene que ser mayor, o cuando mucho igual a la desigualdad del ingreso total. Cuando a una distribución con desigualdad nula sumamos una distribución desigual cualquiera, esta última tendrá una desigualdad mayor que la suma. Nótese la diferencia con la desigualdad de la unión de poblaciones, en la cual la suma de componentes es *menor* que la de la unión. En este caso es lo contrario. Como veremos enseguida, no todos los índices cumplen con esta condición.

En general, si sumamos a la distribución de ingresos  $y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$ , la distribución  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  desiguales, la suma de las desigualdades de  $y$  y de  $x$  debe ser menor que la desigualdad de la suma  $y + x$ . En estas expresiones,  $y$  y  $x$  son vectores. Si llamamos  $D_y$ ,  $D_x$ , y  $D$  a las desigualdades de las distribuciones  $y$ ,  $x$  y  $y + x$ , respectivamente, su relación de magnitudes es entonces:

$$D_y + D_x \geq D$$

Sumar ingresos reduce la desigualdad o cuando menos no la eleva. El exceso de la suma de desigualdades por encima de la desigualdad de la suma de ingresos es el monto en el que la composición o suma de ingresos reduce la desigualdad. Podemos representarlo en la forma siguiente:

$$D_y + D_x = D + E$$

El exceso  $E$  es siempre positivo, o cuando menos es cero. Esta magnitud es, si se quiere, la desigualdad *entre* las dos distribuciones, pero esta interpretación es innecesaria, porque no hay dos poblaciones cuyos ingresos medios sean desiguales, sino dos tipos de ingresos de una misma población.

En el capítulo III se definió el concepto de convexidad y cuasiconvexidad de la fórmula del índice como la propiedad de que el promedio de desigualdades de dos (o más) distribuciones es mayor, o cuando menos igual, a la desigualdad de la distribución promedio de las dos. Dicho en fórmulas,

$$(D_y + D_x)/2 \geq D[(y + x)/2]$$

o lo que es lo mismo

$$D_y + D_x \geq 2 D[(y + x)/2]$$

Esta desigualdad es análoga a la anterior, salvo que la suma al lado derecho de la desigualdad es la suma de la mitad de cada una de las distribuciones (o en general de cualquier proporción aritmética de cada distribución), y no la desigualdad de la suma directa. Queda entonces claro que la relación anterior entre la desigualdad de la suma y la suma de desigualdades es una condición más fuerte que la condición de convexidad impuesta a las fórmulas de desigualdad. El valor de  $E$ , que es la diferencia entre la suma de desigualdades y la desigualdad de la suma, es mayor mientras *menos* exigente sea nuestro criterio acerca de las redistribuciones. Por ejemplo, en las fórmulas derechistas, la adición de ingresos absolutos uniformes da lugar a un valor de  $E$  mayor que en el caso de otras fórmulas. En cambio en el índice izquierdista la condición no se cumple en general. Los índices "izquierdistas" fueron definidos como aquellos que registran el mismo nivel de desigualdad antes y después de sumar un monto absoluto uniforme a cada ingreso. Por lo tanto, en este tipo de índices la suma de desigualdades será *menor* o cuando mucho igual a la desigualdad de la suma.

Cuando un índice cumple la condición de que la desigualdad de una composición o suma de distribuciones es menor que la suma de las desigualdades de cada uno de los componentes, se dice que el índice es *subaditivo*. La desviación típica y el índice de Atkinson multiplicado por en el ingreso medio son índices absolutos subaditivos. El índice de Atkinson y el coeficiente de variación, cumplen la condición al aplicarse a ingresos relativos al ingreso medio, pero los componentes de desigualdad se ponderan con las proporciones de ingreso.

El crecimiento económico ilustra la relación entre la desigualdad de los componentes y la del ingreso total. Supóngase que en un año cualquiera la desigualdad absoluta del ingreso es  $D_0$ , y al año siguiente los ingresos crecen en una forma más desigual que  $D_0$ , de tal modo que los nuevos ingresos tienen un nivel de desigualdad  $D_1$ . La desigualdad resultante es tal que la desigualdad crece menos que la desigualdad de los aumentos de los ingresos. Mientras mayor es la desigualdad inicial (es decir  $D_0$ ), mayor es el aumento en la desigualdad, pero nunca mayor que la desigualdad del crecimiento. Ésta es otra versión de las características de curvatura de la desigualdad sobre líneas de ingreso constante examinadas en el capítulo III. En el caso contrario, de índices que no son subaditivos, la composición de distribuciones acentúa la desigualdad. En este ejemplo de crecimiento del ingreso, de acuerdo a los índices que no son subaditivos, el crecimiento del ingreso puede elevar la desigualdad en un monto mayor que la suma de desigualda-

des, mientras que en los índices subaditivos eso es imposible; en estos índices, por más acentuada que sea la regresividad del crecimiento (por ejemplo que sólo el ingreso más alto crezca) la desigualdad resultante será siempre menor que la de la suma. En el capítulo siguiente se examina esta relación entre desigualdad y crecimiento. Otro caso interesante, del cual se muestran algunas cifras en el apartado siguiente, es el de la tributación.

*Desigualdad de los ingresos  
antes y después de la tributación*

Los impuestos son una sustracción de ingresos privados. Sumados a la deuda, a los ingresos por empresas estatales, a los derechos, a los aprovechamientos y a otras fuentes, constituyen el ingreso del gobierno. Parte de este ingreso se destina a subsidios (se regresa al público por canales muy complicados), parte a gastos de la administración pública, y parte regresa a los contribuyentes en la forma de servicios. De este conjunto de transferencias resulta el ingreso neto de los individuos y los hogares, que es el que intentan registrar las encuestas que hemos utilizado hasta ahora como base de información para los cálculos de índices. En esta sección se examinan algunos cálculos ilustrativos sobre la composición de ingresos, con una definición inexacta de ingresos brutos, con el fin de eludir una elaboración compleja, hasta ahora inexistente, sobre la contabilidad del sector público. Sin embargo, los resultados muestran algunos hechos interesantes.

Definamos el ingreso neto,  $Y_N$ , como el ingreso de los hogares registrado en las encuestas, y el ingreso bruto,  $Y_B$  como la suma de ese ingreso neto y los impuestos directos e indirectos,  $I$ , que paga cada estrato de ingresos. Esta definición, en símbolos, equivale a decir:

$$Y_N = Y_B - I$$

Al aplicar a esta definición un índice que cumpla la condición de subaditividad explicada antes, de que la suma de desigualdades de las partes sea mayor que la desigualdad de la suma, se obtiene

$$D_N + D_I \geq D_B$$

o, lo que es lo mismo:

$$D_N \geq D_B - D_I$$

## CUADRO 7.7

DESIGUALDAD DEL INGRESO ANTES Y DESPUÉS  
DE LOS IMPUESTOS, 1977  
ATKINSON x MEDIA

Parámetro	Desigualdad			
	Ingreso bruto 1	Impuestos 2	Ingreso neto 3	2 + 3
0.1	1 509	293	1 225	1 518
0.5	7 057	1 297	5 790	7 087
1.0	15 111	3 646	10 465	14 111
2.0	20 734	3 202	17 559	20 761
3.0	24 576	3 626	20 970	24 596

Fuente: Calculado con datos de Gómez y Arnaud [32], cuadro XVII, p. 845.

Según esta desigualdad, la desigualdad del ingreso después de pagar impuestos es, según los índices subaditivos, mayor que la diferencia entre la desigualdad del ingreso bruto y la de los impuestos. La desigualdad de los impuestos se sustrae de la desigualdad del ingreso bruto para obtener la desigualdad del ingreso neto. La igualdad de ingresos netos sólo ocurre si la desigualdad de los impuestos es del mismo nivel que la desigualdad del ingreso bruto.

Las cifras del cuadro 7.7 se han obtenido con base en las definiciones anteriores, para el caso del índice de Atkinson que, como vimos, es subaditivo.

En el cuadro aparecen los niveles de desigualdad de acuerdo al índice de Atkinson multiplicado por el ingreso medio, para varios valores del parámetro  $r$  explicado en el capítulo V. Las primeras columnas del cuadro muestran la desigualdad del ingreso bruto, los impuestos y del ingreso neto. La última muestra la suma de desigualdades de los impuestos y el ingreso neto; como puede apreciarse, esta desigualdad es siempre mayor que la del ingreso bruto.

Los niveles de desigualdad de los impuestos son mucho menores que los niveles de desigualdad del ingreso bruto, pero muestran ser progresivos: la reducción en la desigualdad, o sea la diferencia entre la desigualdad del ingreso bruto y del neto, es casi igual a la desigualdad de los impuestos. La mayor parte de la carga fiscal se traduce en una reducción en la desigualdad absoluta. Este efecto reductor de la desigualdad es más pronunciado para los niveles más altos de desigualdad.

## CUADRO 7.8

DESIGUALDAD DEL INGRESO ANTES Y DESPUÉS  
DE LOS IMPUESTOS, 1977  
ÍNDICE IZQUIERDISTA

Parámetro	Ingreso bruto	Impuestos	Ingreso neto	Desigualdad del promedio
0.1	17 482	1 282	13 936	6 679
0.5	25 291	2 518	21 143	11 215
1.0	27 224	3 015	23 005	12 645
2.0	28 333	3 423	24 098	13 612
3.0	28 687	3 616	24 477	13 978

gualdad absoluta es proporcionalmente *menor* mientras mayor sea el parámetro de aversión a la desigualdad. Cuando el parámetro es .1, los impuestos reducen la desigualdad en 19%, y en 14% cuando el parámetro es 3.

Al aplicar el índice izquierdista, se obtienen los resultados que muestra el cuadro 7.8.

En el caso de este índice, que no es subaditivo, la última columna del cuadro muestra la desigualdad del promedio del ingreso neto y los impuestos. Los números muestran la condición de convexidad mencionada antes: la desigualdad del promedio es siempre menor, o en el límite igual, al promedio de desigualdades. Las cifras de este cuadro, igual que en el anterior, señalan una desigualdad de los impuestos muy baja en relación con la desigualdad del ingreso bruto. Esto significa que la tributación necesita ser altamente progresiva para poder tener algún efecto sobre la desigualdad del ingreso.

#### *Lecturas recomendadas*

Sobre el principio de simetría de poblaciones, el lector puede consultar Dasgupta *et al.* [18], Rothschild y Stiglitz [60] y Sen [64], cap. 3. La teoría básica sobre el análisis de la estructura de la desigualdad puede verse en el excelente artículo de Kolm [41], en Theil [73], y en los artículos de Shorrocks [65] y Bourguignon [11]. En Hamada [34] aparece un análisis avanzado del principio de aditividad; sobre este punto véase también Sen [64], cap. 4.

En Szal y Sherman [70] (apéndice) el lector encontrará varios ejercicios de descomposición de índices de desigualdad, entre los cuales resulta

de especial interés el de Atkinson (que no cumple con los criterios de aditividad señalados en el texto). El lector puede ver ejercicios de aplicación del índice de Theil en la obra del propio autor [73] y en Fishlow [26], entre muchos otros. Sobre métodos de descomposición del índice de Gini, véanse Bhattacharya y Mahalanobis [8], Pyatt [54], y Fei *et al.* [22]. En Persky y Mo-Yin [51] se examina en detalle un esquema interregional de transferencias de acuerdo con una función de bienestar social.

En Gollás [30] aparece una aplicación de la descomposición del índice de Gini de acuerdo con el método descrito en Fei *et al.* [22], al estudio de la composición del ingreso en México por salarios, ingresos por capital y transferencias.

La literatura sobre tributación es muy amplia. En Phelps [53] encontrará el lector un análisis relacionado con la desigualdad. Sobre el efecto de la tributación y el gasto en México, véase Gómez y Arnaud [32].



## VIII

# Desigualdad y crecimiento

### *¿Crecer o distribuir?*

Desde los economistas clásicos existe la idea de que el crecimiento del ingreso y su distribución son metas en conflicto, de que la concentración de la riqueza favorece la producción de bienes, mientras que las medidas redistributivas, en especial la tributación, significan una reducción en el producto. Este dilema es lugar común en la enseñanza de la economía moderna y fuente de inspiración de numerosas investigaciones sobre la relación entre el ahorro y la distribución; aparece también implícita en la retórica conciliatoria ante pugnas salariales, en las expresiones de preocupación sobre la atmósfera de confianza para la inversión, o en las críticas al gasto público populista.

Se aducen diversas razones para mostrar que las transferencias progresivas de ingreso afectan negativamente el total; la más conocida es el efecto de las redistribuciones sobre el ahorro. Los ricos ahorran y los pobres no; si se quita dinero a los ricos para darlo a los pobres, los primeros tendrán menos que ahorrar; esto afectará la inversión y por lo tanto la producción corriente y futura. Gravar con impuestos al capital o a los ingresos altos reduce el ahorro y en esa medida se castiga el crecimiento. La expresión extrema del conflicto es la de los experimentos de cambio social donde las expropiaciones de bienes privados han producido colapsos o estancamientos graves en la producción; el estancamiento deja a la comunidad peor que antes, o la sujeta a largos períodos de penurias económicas. Pero el argumento abarca igualmente situaciones moderadas: por el hecho de que los impuestos deforman los mercados (no son neutros), y por ende las decisiones de optimización de los agentes, a las empresas les conviene producir menos y vender caro, a los consumidores ahorrar menos, etc. Todas estas ideas tienen expresión formal en la teoría neoclásica, pero más aún en las teorías neokenesianas en las cuales el crecimiento depende direc-

tamente de la propensión al ahorro de los capitalistas. La comparación entre dos situaciones distributivas es compleja tanto en términos teóricos como empíricos. Para evaluar el efecto de una redistribución sobre el ahorro, por ejemplo, es demasiado amplio el conjunto mínimo de fenómenos a considerar para lograr que el ejercicio tenga alguna validez. Ante un cambio importante en la distribución cambian la demanda, los precios, la oferta, la forma de los mercados, el papel del gobierno, la tasa de ganancias, el tipo de interés, los salarios, etc., de tal modo que la comparación exige un modelo complejo de equilibrio general hasta ahora no existente. Por estas razones resultan muy vulnerables y objetables las conclusiones extraídas del análisis de efectos directos de la distribución sobre el consumo o la inversión; basta con introducir en ellos una dimensión más para poner en duda los resultados.

Crecer y distribuir el ingreso pueden muy bien ser o no metas en conflicto: simplemente no hay evidencias que lo demuestren como la ley económica que se pretende que sea. Las dos metas sí pueden estar en conflicto moral, por ejemplo en el sentido de que repartir de quienes producen a quienes no producen es injusto, de acuerdo con la norma de distribuciones, en cuyo caso el dilema no es entre crecer y distribuir, sino entre eliminar una injusticia (que haya necesitados), a base de cometer otra (quitar bienes a sus propietarios).

Existe una conocida hipótesis sobre la relación histórica entre crecimiento y desigualdad, según la cual en las etapas iniciales del desarrollo económico la desigualdad es creciente y luego empieza a descender. Ambas etapas se han observado. Por ejemplo, en México y Brasil el crecimiento acelerado ha sido compañero de la desigualdad; en Estados Unidos el crecimiento durante el siglo XIX estuvo acompañado por un aumento notable en la desigualdad, seguida por un descenso también notable durante el siglo XX. También es cierto que en los países industrializados en general la desigualdad ha sido decreciente durante el presente siglo, pero sobre todo después de la Segunda Guerra Mundial. La hipótesis principal acerca del proceso detrás de esta tendencia es que con el progreso, unos ingresos aumentan necesariamente primero que otros; si al principio los ingresos son iguales, al empezar a crecer algunos ingresos (una minoría) necesariamente aparece la desigualdad, que sólo empieza a bajar cuando la elevación de ingresos se difunde más allá de cierto número de habitantes. Después de abundantes investigaciones al respecto, resulta más o menos verificable que en los países industrializados la desigualdad ha disminuido; lo que no es tan

fácil es demostrar que la desigualdad era creciente antes del descenso, sobre todo si se considera que las economías capitalistas europeas heredaron del feudalismo una situación de alta desigualdad. Sea como fuere, la hipótesis anterior haría innecesaria toda medida distributiva y que la meta prioritaria de toda política fuese el crecimiento: en los países en desarrollo el precio de redistribuir es obstaculizar el crecimiento y por lo tanto no llegar al punto de giro a partir del cual la desigualdad empieza su descenso; en los países industrializados redistribuir es innecesario, ya que basta con acelerar el crecimiento para alcanzar simultáneamente logros en materia distributiva. Para los países en desarrollo la hipótesis conduce a la conclusión de que la mejor política es también la de fomentar el crecimiento, para llegar lo más rápidamente posible al punto del proceso a partir del cual el crecimiento reduce la desigualdad. De ser cierta esta relación entre crecimiento y desigualdad, sería posible identificar el “nivel de desarrollo” a partir del cual termina el deterioro distributivo y comienza el avance. Como todas las hipótesis que se basan en regularidades históricas, verificar la anterior conduce a supuestos discutibles sobre la interpretación de sucesos históricos desde el punto de vista frecuencial de la estadística. Los supuestos son aún más discutibles cuando esa regularidad se intenta demostrar mediante muestras transversales de países en distintas etapas de desarrollo. Sin embargo, la objeción más importante a la hipótesis puede hacerse recaer sobre el significado de desigualdad. De acuerdo a lo visto hasta aquí, si la desigualdad se mide a partir de normas, es posible manipular la relación entre crecimiento y desigualdad cambiando la definición de esta última, al menos lo suficiente como para arruinar cualquier ejercicio de correlación o asociación estadística entre ambos fenómenos. Para quedar libre de ambigüedades, la hipótesis mencionada tendría que formularse en función de una definición específica de desigualdad y no de todas las posibles. Habría que decir, a partir del nivel de ingresos  $x$ , el *índice de Gini* empieza a descender, o el Atkinson con  $r = 4$  empieza a descender, etc. Es obvio que la relación entre crecimiento y desigualdad dependerá de cómo definimos esta última.

De acuerdo con lo visto hasta ahora, el dilema entre crecer y distribuir puede verse desde otro ángulo, que casi aniquila la importancia del crecimiento como meta por su propio mérito, y más que nada la importancia del dilema anterior. La idea no es que no haya conflicto causal entre crecimiento y distribución, sino que aun cuando lo haya es irrelevante. Si, como hemos venido mencionando, reducir la desi-

gualdad equivale a elevar el bienestar, o bien el mismo bienestar puede lograrse con menos ingreso, entonces el crecimiento y la distribución no son metas independientes, no sólo en el sentido causal mencionado antes, sino en el sentido de que tanto el monto como la distribución del ingreso son ingredientes del bienestar.<sup>42</sup> La meta de producir más puesta en forma aislada no tiene sentido normativo; no es mérito ni defecto de una política; el crecimiento sólo es evaluable por el bienestar que acarrea; en este sentido crecer y reducir la desigualdad son formas equivalentes de elevar el bienestar. Aun suponiendo que en efecto existe el dilema, queda abierta la posibilidad de preguntarnos ¿cuánto crecimiento estaríamos dispuestos a sacrificar por lograr mayor bienestar reduciendo la desigualdad? Si mediante un índice cualquiera estimamos, por ejemplo, que con 75% del ingreso podría lograrse el mismo nivel de bienestar que con el 100% desigualmente distribuido ¿en qué sentido es falsa o verdadera esta afirmación? Como el significado de esta pregunta es normativo, al formularla afirmamos estar dispuestos a sacrificar cualquier monto de producción que no exceda de 25% provocado por una redistribución del ingreso; si, por ejemplo, una redistribución redujera la producción en 20% diríamos que hemos mejorado. Reducir la desigualdad por definición (normativa) siempre eleva el bienestar. No puede decirse los mismo de elevar el ingreso total o promedio; el ingreso de una comunidad puede, al menos en principio, crecer indefinidamente sin que ese crecimiento acarree bienestar al grupo. Hay muchas actividades de producción que difícilmente podrían justificarse como socialmente útiles y que sin embargo se registran como crecimiento (el gasto militar, la pompa burocrática, la propaganda política, la publicidad, etcétera).

Puesto en los términos anteriores, el dilema entre crecer y distribuir pierde prácticamente toda su fuerza, si nuestra preferencia por la igualdad es alta, es decir, si la forma (en el sentido distributivo) del crecimiento de la producción de bienes no corresponde con nuestra noción de bienestar. Estas consideraciones ponen de relieve que la preferencia por la igualdad sólo tiene relevancia si cae en conflicto con otras metas, entre las cuales crecer es sólo una de ellas; de otro modo sería una meta trivial, un simple artículo de fe, algo que se desea y no se logra aun cuando no haya obstáculo real alguno. Preferir la igualdad significa entonces mostrar disposición a pagar un precio por lograrla; por ejemplo obtener menos producción.

<sup>42</sup> Véase la proposición de Samuelson [62].

*Desigualdades absoluta y relativa*

Las comparaciones de desigualdad relativa suelen justificarse por el propósito de mantener el análisis en su ámbito descriptivo. Al comparar dos distribuciones, sean éstas de un mismo país en dos momentos diferentes, o de dos países distintos, la desigualdad relativa busca no llegar más allá de decir que los ingresos son de montos diferentes, sin asociar la afirmación a consideraciones de bienestar. Sin embargo, las comparaciones de desigualdad relativa resultan de escaso interés porque casi no atienden a propósito alguno; aun con fines descriptivos, ¿de qué sirve saber, por ejemplo, que la desigualdad relativa en Francia es semejante a la de Taiwan?, ¿para qué tipo de inferencia o consideración puramente descriptiva podría ser útil saberlo? La decisión de hacer comparaciones relativas puede interpretarse como una actitud cautelosa de no llegar más allá de lo descriptivo; sin embargo, también es interpretable como la creencia de que en efecto la desigualdad tiene la misma importancia cuando el ingreso es bajo que cuando es alto, que la desigualdad de Suecia es comparable con la de Haití, no obstante las notables diferencias de niveles de vida entre esos países. En la primera de estas dos interpretaciones, la descriptiva, la desigualdad relativa no sólo es un dato parcial sobre una comunidad, sino que es además un dato difícil de conectar con otros en algún contexto analíticamente importante; en la segunda, la desigualdad relativa se basa en un juicio de valor. Surge entonces la dificultad de distinguir una interpretación de la otra en los muy numerosos estudios basados en índices relativos, o bien la necesidad de eliminar de ellas todo aquello que no tenga que ver con los principios de Pigou-Dalton y simetría, para sólo tomar como válidos los resultados que correspondan estrictamente a curvas de Lorenz que no se intersecten. Hacer esto, además de tedioso, dejaría muy poco de los ejercicios empíricos existentes.

Para examinar cómo las comparaciones de desigualdad relativa involucran juicios de valor, conviene analizar con más detalle la relación entre desigualdad relativa y absoluta, para ver cómo la primera es un caso particular de la segunda. Para ello, el camino más simple es acudir a índices de desigualdad basados en el concepto de ingreso equivalente definido antes, por la ventaja que ofrece el supuesto de independencia de bienestares en el que se basan estos índices. También, como hasta ahora, tendremos que suponer válidas las comparaciones interpersonales de bienestar, pero además, y el lector podrá encontrar fuertes objeciones, dar a los índices su acepción cardinal completa. Sólo

de este modo podremos examinar cambios en el bienestar derivados de cambios en el ingreso total o por hogar.

El ingreso equivalente es una medida de bienestar colectivo efectivo. El ingreso por habitante o por hogar es una medida de bienestar potencial; debido a la desigualdad no todo el ingreso "rinde" bienestar: la diferencia entre las dos magnitudes indica cuánto la desigualdad sustrae del bienestar potencial. Supóngase que en una comunidad cualquiera la desigualdad es

$$A = y - y_E$$

donde  $A$ ,  $y$  y  $y_E$  son la desigualdad absoluta, el ingreso medio, y el ingreso equivalente. Lo anterior no es más que la forma general de los varios índices examinados en el capítulo V. Supóngase ahora que al transcurrir uno o más períodos ocurre un cambio discreto en la desigualdad, de tal modo que  $A$  crece en una proporción  $a$ ,  $\bar{y}$  en una proporción  $g$  y  $y_E$  en una proporción  $e$ . Al ocurrir el cambio, la nueva desigualdad absoluta será

$$A_1 = A(1 + a) = y(1 + g) - y_E(1 + e)$$

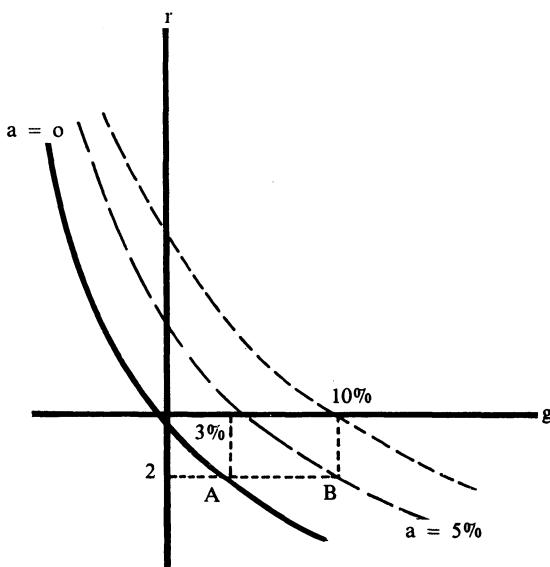
Después de algunas manipulaciones, se obtiene que la desigualdad absoluta habrá aumentado o disminuido según que

$$(I_{R1}/I_{R0})(1 + g),$$

sea mayor o menor que 1. En esta fórmula,  $I_{R0}$  e  $I_{R1}$  representan las desigualdades relativas antes y después del cambio, respectivamente, definidas como las desigualdades absolutas divididas por los ingresos medios. Así pues, si el cociente de las desigualdades relativas antes y después del cambio, multiplicado por  $(1 + g)$ , es mayor que 1, la desigualdad absoluta habrá crecido; en caso contrario habrá disminuido. Si la desigualdad absoluta no crece ( $a = 0$ ) la expresión anterior es igual a 1, es decir:

$$(1 + g)I_{R1} = I_{R0}$$

Esta fórmula ilustra claramente que existe una relación inversa entre el crecimiento del ingreso medio y el de la desigualdad relativa. La fórmula anterior puede reescribirse en términos de los cambios pro-



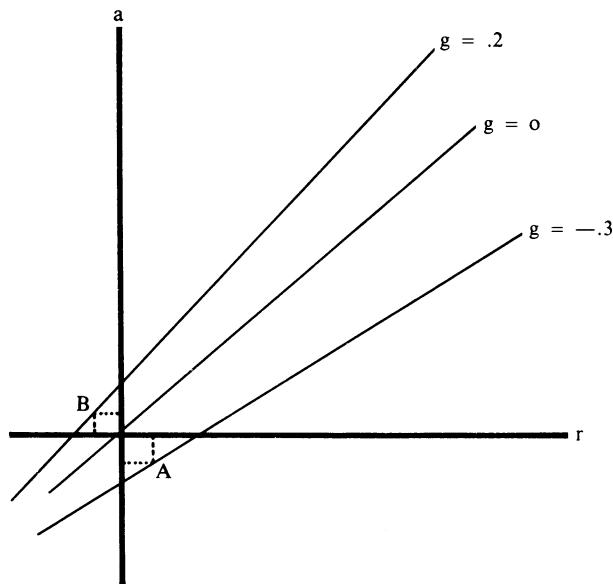
GRÁFICA 8. 1

porcionales en la desigualdad absoluta ( $a$ ), en el ingreso medio ( $g$ ) y en la desigualdad relativa ( $r$ ) para obtener:

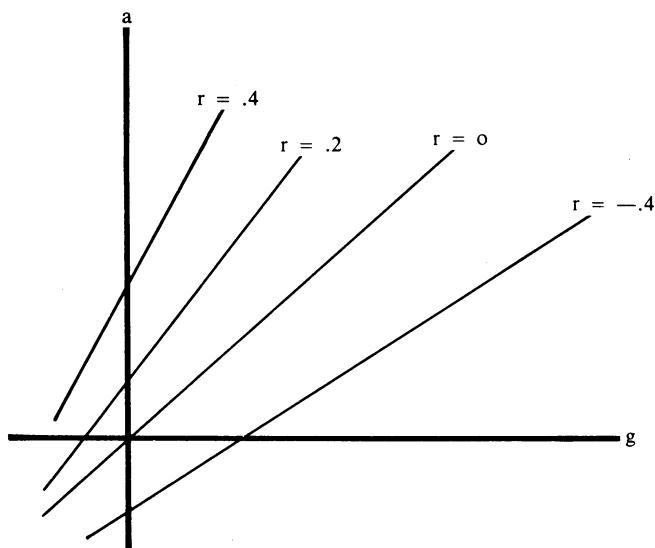
$$a = g + (1 + g)r$$

Las gráficas 8.1, 8.2 y 8.3, muestran la relación entre  $a$ ,  $g$  y  $r$  en tres formas alternativas, respectivamente.

En el caso de la gráfica 8.1, la curva que pasa por el origen muestra todas las combinaciones de tasas de crecimiento del ingreso y desigualdad relativa para las cuales la desigualdad absoluta no crece ni decrece. Nótese que sobre esta curva la desigualdad absoluta no es necesariamente nula. El punto A sobre esta curva, por ejemplo, muestra que si el ingreso medio crece 3%, es necesario que la desigualdad relativa *se reduzca* en poco más de 2% para mantener fija la desigualdad absoluta. Mientras más rápidamente crezca el ingreso medio, más drástica tendrá que ser la reducción en la desigualdad relativa necesaria para mantener fija la desigualdad absoluta. Por ejemplo, si el ingreso medio creciera en 10%, el mismo descenso anterior en la desigualdad relativa sería insuficiente para impedir el crecimiento de



GRÁFICA 8.2



GRÁFICA 8.3

la desigualdad absoluta. El punto B muestra que en este caso esta última crecería 5%.

Cada curva de la gráfica 8.2 contiene, por su parte, las combinaciones de cambios en la desigualdad absoluta y relativa asociados a un mismo cambio proporcional en el ingreso medio. Por ejemplo, la línea que pasa por el origen muestra que si el ingreso medio no crece, las desigualdades absoluta y relativa crecen a tasas iguales. Cuando el ingreso medio decrece, aun cuando la desigualdad relativa sea creciente, la desigualdad absoluta puede no serlo, como sucede, por ejemplo, en el punto A. El ejemplo opuesto es el punto B, en el cual la desigualdad absoluta crece, aun cuando la desigualdad relativa disminuya.

La gráfica 8.3 muestra en forma más directa la relación creciente entre la desigualdad absoluta y el crecimiento del ingreso. Por ejemplo, en la línea que pasa por el origen, en la cual la desigualdad relativa es constante, se observa que en todos sus puntos el crecimiento del ingreso y el de la desigualdad absoluta son iguales: para un nivel fijo de la desigualdad relativa (el crecimiento de ésta es cero), la desigualdad absoluta crecerá a la misma velocidad que el ingreso medio.

Otra forma de ver las relaciones anteriores es la siguiente. La desigualdad absoluta es la cantidad de ingreso por habitante que podría eliminarse a cambio de repartir por igual el ingreso equivalente. La desigualdad absoluta es ingreso redundante. Para mantener fija la desigualdad absoluta, es necesario elevar el ingreso equivalente ( $y_E$ ) en una proporción mayor que el aumento relativo en el ingreso por habitante: el ingreso que "rinde" bienestar tiene que crecer a mayor velocidad que el ingreso medio. Para ver por qué, basta con observar que el crecimiento proporcional del ingreso equivalente, que llamaremos  $e$ , está sujeto a la definición

$$(1 + a) A = (1 + g)y - (1 + e)y_E.$$

De ésta, si  $a = 0$ , obtenemos que

$$e = (1 + \text{Ingreso redundante}/\text{ingreso efectivo})g$$

Para que la desigualdad absoluta,  $A$ , sea constante ( $a = 0$ ), es necesario que el ingreso equivalente crezca más rápidamente que el ingreso medio, en un exceso igual a la cantidad de ingreso redundante (desigualdad absoluta), por unidad de ingreso que sí acarrea bienestar (ingreso equivalente).

Cuando la economía crece, al haber más ingreso por habitante, la desigualdad adquiere más relevancia en el sentido de que sólo parte del aumento se aprovecha para elevar el bienestar; este efecto es más acentuado mientras más *bajo* sea el ingreso medio de partida: en una comunidad pobre, cualquier aumento en la desigualdad absoluta es de mayor trascendencia mientras mayor sea el crecimiento. La razón no es difícil de captar: cualquier ingreso adicional que genere la comunidad y que no se utilice para reducir la desigualdad será una oportunidad desperdiciada. Si definimos como neutra una situación en la que el nivel de desigualdad absoluta es constante, admitiremos a la vez que el ingreso redundante crezca en un proporción menor que el ingreso por habitante. A mayor crecimiento del ingreso, mayor crecimiento del ingreso que no acarrea bienestar. Si adoptamos como caso neutro que la desigualdad relativa no aumente, implícitamente admitiremos que el ingreso redundante crezca en la *misma proporción* que el ingreso medio.

Estas explicaciones sugieren argumentos en favor de las comparaciones de desigualdad absoluta, porque son más exigentes en cuanto a los aumentos permisibles en el ingreso redundante, para cualquier valor de los parámetros. Mientras más exigente sea la preferencia por la igualdad (reflejada en los parámetros de cualquiera de los índices que adoptemos), mayor será la magnitud y la importancia relativa del ingreso redundante y mayor su crecimiento ante cambios en el ingreso.

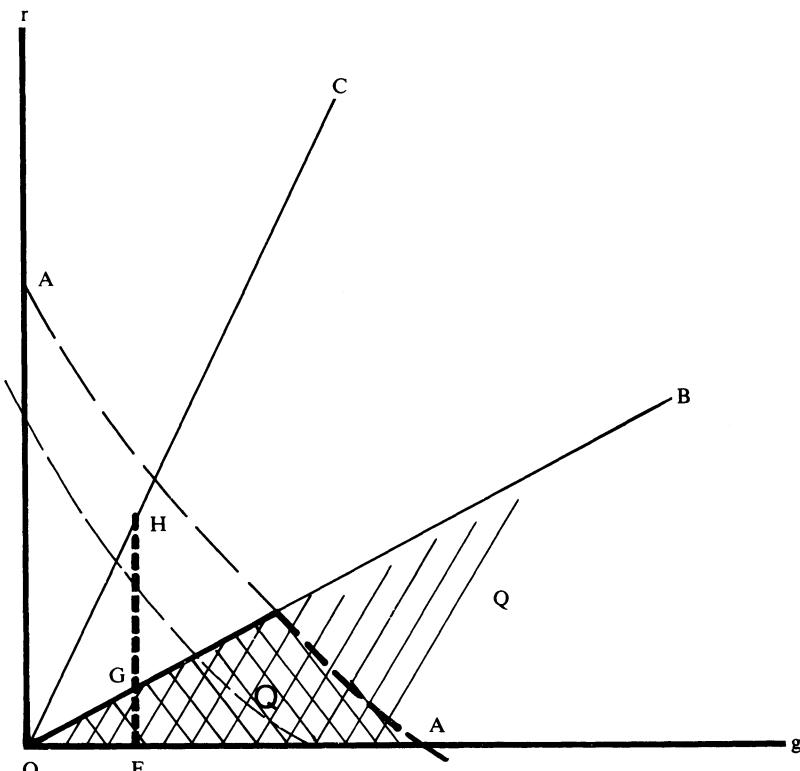
En resumen, si a las premisas de preferencia por la igualdad y ponderación de transferencias se añade la preferencia por reducir o mantener fijo el ingreso redundante, se cae en la norma equivalente de reducir la desigualdad absoluta. Estas consideraciones son válidas para cualquier nivel de preferencia por la igualdad, por débil que ésta sea, a menos, claro está, que no nos importe la desigualdad absoluta.

Supóngase ahora que se adopta como norma débil que, al comparar dos distribuciones, se prefiere aquella cuyo bienestar por habitante ( $y_E$ ) sea mayor. Por ejemplo, la posición de distribución y crecimiento de México en 1977 será preferible a la de 1968 si el ingreso equivalente en 1977 es mayor que en 1968. Este principio equivale a preferir distribuciones en las que un aumento en la desigualdad relativa no excede de

$$R = [(1 - I_R)/I_R]g$$

Esta fórmula dice que cuando el ingreso por habitante crece en una proporción  $g$  y la desigualdad relativa es  $I_R$ , la desigualdad relativa no

debe crecer en una proporción mayor que  $R$  si el ingreso equivalente después del cambio ha de ser mayor que antes. Si la desigualdad relativa es mayor que .5, el cociente  $(1 - I_R)/I_R$  es menor que la unidad, es decir, el cambio en la desigualdad relativa compatible con un aumento en el ingreso equivalente tiene que ser menor que el aumento en el ingreso por habitante ( $R$  menor que  $g$ ). En este caso, para poder afirmar que la comunidad está en mejor situación después que antes del cambio, la desigualdad relativa tendrá que crecer menos que el ingreso por habitante; de otro modo el ingreso redundante se llevará una proporción mayor del crecimiento. Lo contrario es cierto cuando la desigualdad relativa es menor que .5; en este caso la comunidad estará en mejor posición que antes, aun cuando la desigualdad relativa crezca más que el ingreso medio.



### GRÁFICA 8.4

El argumento anterior puede apreciarse en la gráfica 8.4, que es igual a la gráfica 8.1, pero ahora incluye la región definida por Q comprendida entre el origen y la línea OB definida para un caso particular del parámetro de aversión a la desigualdad de un índice cualquiera. Mientras mayor sea dicho parámetro, para una misma distribución, menor será la inclinación de la línea OB. Por ejemplo, en la línea OC, la aversión a la desigualdad es menor que en la línea OB. La pendiente de la línea que define a Q está pues en relación inversa con la aversión a la desigualdad. En los puntos que quedan por debajo de OB, el ingreso equivalente, el que rinde bienestar, crece cuando crece el ingreso por habitante, en todas las combinaciones de desigualdad absoluta y relativa que pertenezcan a esa región. En cambio en la región por encima de OB, el ingreso equivalente decrece si el ingreso por habitante crece. Por ejemplo, en una comunidad donde la desigualdad relativa es muy elevada (como sería en los puntos sobre OB), si se acepta un aumento en la desigualdad absoluta que no exceda del nivel dado por AA, la zona de opciones de crecimiento del ingreso y la desigualdad relativa es menor que en una comunidad como la del caso OC. En este último caso, la desigualdad relativa puede crecer mucho más y no obstante elevar el bienestar. Por ejemplo, para la misma tasa de crecimiento F, en la comunidad representada por OB, si el ingreso medio crece en la proporción correspondiente al punto F, la desigualdad relativa no debe exceder del nivel dado por G para que el ingreso equivalente se eleve. En cambio, en la comunidad representada por OC, la desigualdad relativa puede llegar hasta el nivel representado por H, y aun así elevar el ingreso equivalente.

### *Desigualdad y crecimiento en México*

Veamos ahora algunos números referentes a la relación entre crecimiento y desigualdad de acuerdo a las ideas de la sección anterior. Para ello conviene empezar por examinar qué ha sucedido con el crecimiento del ingreso equivalente y el ingreso medio por hogar, para lo cual podemos acudir a los cálculos de desigualdad absoluta presentados en el capítulo VI. Véase entonces el cuadro 8.1, que contiene los aumentos absolutos y relativos en los ingresos equivalentes, derivados de los índices absolutos presentados en la última sección del capítulo VI (cuadros 6.7 y 6.8).

Los resultados de la última sección del Capítulo VI mostraron que en la información original la desigualdad se redujo en todos los casos.

## CUADRO 8.1

CAMBIOS ABSOLUTOS Y RELATIVOS  
EN EL INGRESO EQUIVALENTE  
ENTRE 1968 Y 1977

Parámetro	Atkinson x Media				Izquierdista				Centrista			
	Original	Corregida	Original	Corregida	Original	Corregida	Original	Corregida	Original	Corregida	Original	Corregida
A	R	A	R	A	R	A	R	A	R	A	R	
.2	153	3.0	1 459	27.7	134	8.0	1 861	34.5	1 577	2.6	1 829	26.4
.5	264	6.4	173	37.7	220	6.5	1 927	33.4	917	4.7	1 850	30.6
1	247	8.1	57	48.8	283	2.8	1 679	28.2	568	6.8	1 772	35.0
2	80	3.8	—12	49.2	294—1.0	1 028	21.8	336	8.1	1 566	38.0	
3	—40	2.7	—40	35.4	265—3.0	484	17.5	221	8.2	1 350	38.6	

Fuente: cuadros 6.7 y 6.8 del capítulo VI.

En los datos corregidos, el ingreso equivalente se elevó en tres casos del índice de Atkinson, en todos los casos del índice izquierdista, y en todos los del índice centrista. Al examinar las cifras del cuadro 8.1, vemos que los aumentos en la desigualdad no logran aniquilar el aumento en el ingreso medio: sólo en cinco casos de la información sin corregir se observan reducciones en el ingreso equivalente; de acuerdo a la información corregida, el ingreso equivalente se elevó en todos los casos, salvo dos. Vemos también que el efecto de las correcciones a la información es *elevar* los ingresos equivalentes: en la información original, los aumentos en los ingresos equivalentes son de muy pequeña magnitud; al introducir las correcciones, los aumentos en los ingresos equivalentes se elevan sustancialmente; llegan a ser hasta de 49% (véase el Atkinson con parámetro igual a 2). Este resultado se debe a que el efecto de elevar el parámetro es mayor sobre el ingreso equivalente de 1968 que sobre el de 1977. Esto explica también por qué los aumentos crecen y luego se reducen de nuevo al elevar el valor del parámetro de los tres índices.

En resumen, estos cálculos muestran que el aumento combinado de la desigualdad y el ingreso medio por hogar tiene como saldo neto una elevación del bienestar en el periodo examinado, si interpretamos al ingreso equivalente en esos términos.

*¿Crecer para qué?*

Hasta aquí hemos visto el efecto combinado del crecimiento del in-

## CUADRO 8.2

DISTRIBUCIÓN HIPOTÉTICA DEL INGRESO EN 1977,  
 SI TODO EL CRECIMIENTO DEL INGRESO EN 1968-1977  
 SE HUBIESE REPARTIDO A LOS ESTRATOS DE INGRESOS BAJOS

<i>Ingreso medio por hogar</i>	<i>Proporción de hogares</i>		<i>Proporción de ingresos</i>	
	<i>O</i>	<i>H</i>	<i>O</i>	<i>H</i>
407		5.3		.3
898		5.6		.7
1 166		7.4		1.2
1 494		7.7		1.6
2 022		9.6		2.7
2 673		11.3		4.2
3 566		12.3		6.1
4 845	5 063	9.5	68.7	6.4
6 338	6 339	5.9	5.9	5.2
8 776	8 777	5.9	5.9	7.2
11 286	11 286	6.5	6.5	10.2
14 948	14 948	5.1	5.1	10.6
39 692	39 692	7.9	7.9	43.6
9 002	9 002	100.0	100.0	100.0
				100.0

O = Distribución observada en 1977.

H = Distribución hipotética.

## CUADRO 8.3

DESIGUALDAD OBSERVADA E HIPOTÉTICA  
 EN 1977 DE ACUERDO A VARIOS ÍNDICES

<i>Parámetro</i>	<i>Atkinson</i>				<i>Izquierdista</i>				<i>Centrista</i>	
	<i>Relativo</i>		<i>Absoluto</i>		<i>Relativo</i>		<i>Absoluto</i>		<i>Absoluto</i>	
	<i>O</i>	<i>H</i>	<i>O</i>	<i>H</i>	<i>O</i>	<i>H</i>	<i>O</i>	<i>H</i>	<i>O</i>	<i>H</i>
0.1	4.6	3.2	414	294	31.8	23.8	2 860	2 147	236	189
0.5	21.8	14.0	1 966	1 259	59.4	36.8	5 343	3 310	1 105	843
1.0	43.2	24.2	3 886	2 177	71.3	40.2	6 422	3 617	2 170	1 561
2.0	65.4	31.8	5 884	2 862	79.2	41.7	7 127	3 754	3 316	2 233
3.0	79.4	35.7	7 149	3 211	83.5	43.1	7 520	3 880	4 155	2 660

## CUADRO 8.4

RELACIÓN ENTRE DESIGUALDAD  
OBSERVADA E HIPOTÉTICA EN 1977

Parámetro	Atkinson	Izquierdista	Centrista
0.1	1.41	1.33	1.25
0.5	1.56	1.61	1.31
1.0	1.78	1.78	1.39
2.0	2.06	1.90	1.48
3.0	2.23	1.94	1.56

greso medio y sus disparidades; la conclusión es al parecer positiva, aunque el “desperdicio” de ingreso ha sido considerable: el grueso del crecimiento ha tenido como beneficiarios a las clases de ingresos elevados. Algunos estudiosos de los problemas del desarrollo han propuesto que el crecimiento es precondición a cualquier esfuerzo distributivo, que sin crecer se puede pedir poco en cuanto a reducir la desigualdad, además de que las medidas redistributivas de lo que “ya hay” ponen en peligro el crecimiento, de acuerdo al tan citado conflicto entre crecimiento y distribución.<sup>43</sup> Veamos entonces qué ha sucedido con la desigualdad, hasta qué punto se ha aprovechado el crecimiento con fines distributivos: ¿cuál habría sido el nivel de desigualdad en 1977 si todo el aumento en el ingreso desde 1968 hubiese ocurrido en los estratos más bajos?

Para mostrar qué resulta de tal ejercicio, en el cuadro 8.2 aparece la distribución del ingreso en 1977 (corregida), y la que habría ocurrido en ese mismo año si a los estratos más bajos de la distribución de 1968 se añade todo el aumento en el ingreso ( $9\ 002 - 7\ 192 = 1\ 810$  pesos por hogar).

El cuadro 8.3 muestra que al dar todo el aumento en el ingreso a los estratos bajos, el crecimiento alcanza para elevar el nivel de ingresos de 68.7% de la población; originalmente este conjunto de estratos recibe 23.2% del ingreso total, proporción que se eleva a 38.6%: este reparto hipotético del ingreso habría elevado en 66% el ingreso medio de 68.7% de la población. Véanse ahora en el cuadro 8.3 los niveles de desigualdad que habrían resultado de dicho reparto hipotético.

Los números del cuadro 8.3 muestran que la reducción en la desi-

<sup>43</sup> Los trabajos más representativos de esta idea son los de Chenery [15].

gualdad habría sido considerable, si todo el crecimiento del ingreso se hubiese repartido a los estratos más bajos, pero para apreciarlo mejor véase el cuadro 8.4, que resume las relaciones de magnitudes entre la desigualdad observada y la hipotética.

De acuerdo con este último cuadro, la desigualdad observada va de 25% (centrista con parámetro de .1) a 123% (Atkinson con parámetro igual a 3) más de lo que habría sido con el reparto hipotético. Estos números son a su vez índices de desigualdad, pero con la interpretación adicional de que capturan la “calidad” del crecimiento en cuanto a las metas de justicia distributiva. En estos números, el crecimiento puede tener una connotación negativa, en el sentido de que mientras mayor sea éste, mayor es el margen para redistribuir, y por lo tanto mayor la importancia de los cambios en la desigualdad.

En resumen, la desigualdad del ingreso en México ha sido un elemento importante de desaprovechamiento del esfuerzo de producción. El ingreso por hogar ha crecido, pero una proporción importante de ese crecimiento no se ha destinado a elevar el bienestar colectivo. Estas afirmaciones, aunque de índole totalmente valorativa, son defendibles aun con las normas menos exigentes de evaluación del progreso económico.

### *Lecturas recomendadas*

La discusión sobre el conocido dilema entre equidad y eficiencia puede consultarse en detalle en Mishan [39]. Véase también Samuelson [62]. La hipótesis referida en el texto se debe a Kuznets [36]; en Nuggent [40] encontrará el lector uno de los numerosos argumentos en contra de tal hipótesis. En Chenery *et al.* [15] aparecen diversas lecturas sobre el principio de redistribuir el crecimiento del ingreso como política de desarrollo. La interpretación de los ingresos equivalentes aplicada en este capítulo se basa en Kolm [34] y [35]. Véase también Chiswick [16].

## Bibliografía

- [1] ABBING; Roscam P.J., "The Ethical Justification of Income Inequalities", en Krelle, Wilhelm y Shorrocks, Anthony F. *Personal Income Distribution* North-Holland, Amsterdam, 1978.
- [2] ALTIMIR, Oscar, "La distribución del ingreso en México 1950-1977", en Bazdresch Parada, C. Reyes Heroles, J., y Vera Ferrer, Gabriel (compiladores), *Distribución del Ingreso en México. Ensayos — Análisis Estructural*, cuaderno 2, tomo 1, Banco de México, México, 1982.
- [3] ARROW, K.J., *Social Choice and Individual Values*, Wiley, 1963.
- [4] \_\_\_\_\_, "Values and Collective Decision-Making", en Phelps, E.H. (compilador) *Economic Justice* Penguin Books, Middlesex, G.B., 1973.
- [5] ASPE, Pedro y Beristáin, Javier, "The Evolution of Income Distribution Policies during the Post-Revolutionary Period in Mexico", en Aspe, P. y Sigmund, P.E. (compiladores), *The Political Economy of Income Distribution in Mexico*, Holmes y Meter, Nueva York, 1984.
- [6] \_\_\_\_\_ y Beristáin, Javier, "Toward a First Estimate of the Evolution of Inequality in Mexico", en Aspe, P. y Sigmundo, P.E., (compiladores), *The Political Economy of Income Distribution in Mexico*, Holmes y Meter, Nueva York, 1984.
- [7] ATKINSON, A.B., "On the Measurement of Inequality", en Atkinson, A.B. (compilador), *Wealth, Income and Inequality*, Penguin Books, Middlesex, G.B., 1973.
- [8] BHATTACHARYA, N. y Mahalanobis, B., "Regional Disparities in Household Consumption in India", *American Statistical Association Journal*, núm. 62, marzo de 1967.
- [9] BLACKORBY, Charles y Donaldson, David, "Measures of Relative Equality and Their Meaning in Terms of Social Welfare", *Journal of Economic Theory*, vol. 18, núm. 2, 1978.
- [10] BOSE, Arun, *Marx on Exploitation and Inequality*, Oxford University Press, Londres, 1980.
- [11] BOURGUIGNON, François, "Decomposable Inequality Measures", *Econometrica*, vol. 47, núm. 4, julio de 1979.
- [12] CARENS, Joseph H., *Equality, Moral Incentives and the Market. An Essay in Utopian Politico-Economic Theory*, The University of Chicago Press, 1981.
- [13] CERVANTES, Jesús, "La Inflación y la Distribución del Ingreso y la Riqueza en México" en Bazdresch Parada, C., Reyes Heroles y Vera Ferrer, Gabriel (compiladores), *Distribución del Ingreso en México. Ensayos — Análisis Estructural*, cuaderno 1, tomo III, Banco de México, México, 1982.
- [14] CHAMPERNOWNE, R., *La Distribución del Ingreso*, El Manual Moderno, Méjico, 1974.
- [15] CHENERY, Hollis *et al.*, *Redistribution with Growth*, Oxford University Press, Londres, 1974.

- [16] CHISWICK, Carmen Ullman, "Growth Policy and the Distribution of Income" en Krelle, Wilhelm y Shorrocks, Anthony F., *Personal Income Distribution*, North-Holland, Amsterdam, 1978.
- [17] CORTÉS, F. y Rubalcava, R.M., *Técnicas Estadísticas para el Estudio de la Desigualdad Social*, El Colegio de México—FLACSO, 1982.
- [18] DASGUPTA, Partha, Sen Amartya y Starrett, David, "Notes on the Measurement of Inequality" *Journal of Economic Theory*, vol. 6, 1973.
- [19] DÍEZ-Canedo, Juan y Vera, Gabriel, "La importancia de la escolaridad en la determinación del nivel de ingreso", en Bazdresch Parada, C. Reyes Heroles, J. y Vera Ferrer, Gabriel (compiladores), *Distribución del Ingreso en México. Ensayos — Análisis Estructural*, cuaderno 1, tomo III, Banco de México, México, 1982.
- [20] \_\_\_\_\_ y Vera, Gabriel, "La segmentación del mercado de trabajo y el nivel de ingreso", en Bazdresch Parada, C. Reyes Heroles, J. y Vera Ferrer, Gabriel (compiladores), *Distribución del Ingreso en México. Ensayos — Análisis Estructural*, cuaderno 1, tomo III, Banco de México, México, 1982.
- [21] ELTETO, O. y Frigyes E., "New Income Inequality Measures as Efficient Tools for Causal Analysis and Planning" *Econometrica*, vol. 36, núm. 2, abril de 1958.
- [22] FEI, John C.H.; Ranis, Gustav y Kuo, Shirley W.Y., "Growth and the Family Distribution of Income by Factor Components", *Quarterly Journal of Economics*, núm. 92, 1978.
- [23] FISHER, Franklin M. y Rothenberg, Jerome, "How Income Ought to Be Distributed: Paradox Enow", *Journal of Political Economy*, vol. 70, 1962.
- [24] \_\_\_\_\_ y Rothenberg, Jerome, "How Income Ought to Be Distributed: Paradox Lost", *Journal of Political Economy*, vol. 69, 1961.
- [25] \_\_\_\_\_, "Income Distribution, Value Judgements, and Welfare" *Quarterly Journal of Economics*, vol. 70, 1956.
- [26] FISHLOW, Albert, "Brazilian Size Distribution of Income", *American Economic Review*, mayo de 1972.
- [27] FLEMING, M. "A Cardinal Concept of Welfare", en Phelps, E.H. (compilador), *Economic Justice*, Penguin Books, Middlesex, G.B., 1973.
- [28] FRIEDMAN, M. y Friedman, R., *Free to Choose: A Personal Statement*, Harcourt, Nueva York, 1979.
- [29] GILL, Richard T., *Great Debates in Economics*, Good Year Publishing Company, Pacific Palisades, California, 1976.
- [30] GOLLÁS, Manuel, "La Desigualdad del Ingreso Familiar: Origen y Causas", en *La Economía Desigual: Empleo y Distribución en México*, Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología, 1982.
- [31] \_\_\_\_\_, "La Concentración Económica y el Crecimiento de las Empresas", en *La Economía Desigual: Empleo y Distribución en México*, Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología, 1982.
- [32] GÓMEZ, Octavio y Arnaud, Enrique, "La política presupuestaria del sector público y su incidencia en la distribución del ingreso" en Bazdresch Parada, C. Reyes Heroles, J. y Vera Ferrer, Gabriel (compiladores), *Distribución del Ingreso en México. Ensayos. Análisis Estructural*, cuaderno 1, tomo III, Banco de México, México, 1982.
- [33] GORDON, Scott, "The New Contractarians", *Journal of Political Economy*, vol. 84, núm. 3, 1976.

- [34] HAMADA, Koichi, "A Simple Majority Rule on the Distribution of Income", *Journal of Economic Theory*, vol. 6, 1973.
- [35] HARSANYI, John C., "Cardinal Welfare, Individualistic Ethics, and Interpersonal Comparisons of Utility", *Journal of Political Economy*, vol. 63.
- [36] JASSO, Gillermina, "The Gini Coefficient and the Principle of Transfers", documento inédito del Departamento de Sociología de la Universidad de Michigan, Ann Arbor, abril de 1982.
- [37] KAKWANI, Nanak C., *Income Inequality and Poverty. Methods of Estimation and Policy Applications*. Publicado por Oxford University Press para el Banco Mundial, Londres, 1980.
- [38] KATOUSIAN, Homa, *Ideology and Method in Economics*, New York University Press, Nueva York, 1980.
- [39] KEYNES, J.M., *The General Theory of Employment Interest and Money*, Harcourt, Nueva York, 1935.
- [40] KOLM, Serge-Cristophe, "Unequal Inequalities. I", *Journal of Economic Theory*, vol. 12, 1976.
- [41] \_\_\_\_\_, "Unequal Inequalities, II", *Journal of Economic Theory*, vol. 13, 1976.
- [42] KUZNETS, Simon, "Economic Growth and Income Inequality", *American Economic Review*, marzo de 1965.
- [43] LITTLE, I.M.D., "Social Choice and Individual Values", en Phelps, E.H. (compilador) *Economic Justice*, Penguin Books, Middlesex, G.B., 1973.
- [44] MARX, Karl, *Crítica al Programa de Gotha*, Grijalbo, 1965.
- [45] MISHAN, E.J., *Introduction to Normative Economics*, Oxford University Press, 1981.
- [46] NUGGETT, Jeffrey B., "An Alternative Source of Measurement Error as an Explanation for the Inverted-U Hypothesis", *Economic Development and Cultural Change*.
- [47] PAGLIN, Morton, "The Measurement and Trend of Inequality: A Basic Revision", *The American Economic Review* vol. 65, núm. 4, septiembre de 1975.
- [48] PATTANAIK, P.K., "Risk, Impersonality and the Social Welfare Function", en Phelps, E.H. (compilador), *Economic Justice*, Penguin Books, Middlesex, G.B., 1973.
- [49] PEN, Jan, *Income Distribution*, Praeger, Nueva York, 1971.
- [50] \_\_\_\_\_, "A Parade of Dwarfs (and a Few Giants)", en Atkinson, A.B. (compilador) *Wealth, Income and Inequality*, Penguin Books, Middlesex, G.B., 1973.
- [51] PERSKY, Joseph J., y Tam Mo-Yin, "On the Theory of Optimal Convergence", documento inédito del Departamento de Economía de la Universidad de Illinois en Chicago, 1981.
- [52] PETERSEN, Hans-Georg, "Effects of Growing Incomes on Classified Income Distributions. The Derived Lorenz Curves and Gini Indices", *Econometrica*, vol. 47, núm. 1, enero de 1979.
- [53] PHELPS, E.S., "Wage Taxation for Economic Justice", en Phelps, E.H. (compilador), *Economic Justice*, Penguin Books, Middlesex, G.B., 1973.
- [54] PYATT, G., "On the Interpretation and Disaggregation of Gini Coefficients", *Economic Journal*, vol. 86, 1976.
- [55] RAWLS, J., *A Theory of Justice*, Harvard University Press, 1973.
- [56] \_\_\_\_\_, "Distributive Justice", en Phelps, E.H. (compilador), *Economic Justice*. Penguin Books, Middlesex, G.B., 1973.
- [57] REYES Heroles G.G., Jesús, "La distribución de los ingresos mixtos y de capital

- en México” en Bazdresch Parada, C. Reyes Heroles, J., y Vera Ferrer, Gabriel (compiladores), *Distribución del Ingreso en México. Ensayos — Análisis Estructural*, cuaderno 2, tomo II, Banco de México, México, 1982.
- [58] ROEMER, John E., “New Directions in the Marxian Theory of Exploitation and Class” *Politics and Society*, 11, núm. 3, 1982.
- [59] \_\_\_\_\_, “Property Relations vs. Surplus Value in Marxian Exploitation”, *Philosophy and Public Affairs*, 11, núm. 4, Princeton University Press, 1982.
- [60] ROTHSCHILD, Michael y Stiglitz, Joseph E. “Some Further Results on the Measurement of Inequality”, *Journal of Economic Theory*, vol. 6. 1973.
- [61] SAMUELSON, Paul A., “A Fallacy in the Interpretation of Pareto’s Law of Alleged Contancy of Income Distribution”, en Robert C. Merton (compilador), *The Collected Scientific Papers of Paul A. Samuelson*, MIT Pess, 1972.
- [62] \_\_\_\_\_, “The Evaluation of Real National Income”, en Phelps, E.H. (compilador), *Economic Justice*, Penguin Books, Middlesex, G.B., 1973.
- [63] SEN, Amartya, “Ethical Measurement of Inequality: Some Difficulties”, en Krelle, Wilhelm y Shorrocks, Anthony F. *Personal Income Distribution*, North-Holland, Amsterdam, 1978.
- [64] \_\_\_\_\_, *On Economic Inequality*, Oxford University Press, 1973.
- [65] SHORROCKS, A.F., “The Class of Additively Decomposable Inequality Measures”, *Econometrica*, vol. 48, núm. 3, abril de 1980.
- [66] SIDGWICK, H., “The Reasonableness of Utilitarianism”, en Phelps, E.H. (compilador), *Economic Justice*, Penguin Books, Middlesex, G.B., 1973.
- [67] STIGLITZ, J.E., “Distribution of Income and Wealth among Individuals”, en Atkinson, A.B. (compilador), *Wealth, Income and Inequality*, Penguin Books, Middlesex, G.B., 1973.
- [68] STROTZ, H. Robert, “How Income Ought to Be Distributed. A Paradox in Distributive Ethics”, *Journal of Political Economy*, vol. LXVI, núm. 3, junio de 1985.
- [69] \_\_\_\_\_, “How Income Ought to Be Distributed; Paradox Regained”, *Journal of Political Economy*, vol. 69, 1962.
- [70] SZAL, Richard y Robinson, Sherman, “Measuring Income Inequality”, en Frank, Charles R. y Webb, Richard C. (compiladores), *Income Distribution and Growth in the Less-Developed Countries*. The Brookings Institution, Washington, 1977.
- [71] TAM, Mo-Yin S. y Persky, Joseph, “Regional Convergence and National Inequality”, *Review of Economic Studies*, vol. LXIV, febrero de 1982, núm 1.
- [72] TAWNEY, R.H. “The Religion of Inequality” en Atkinson, A.B. (compilador), *Wealth, Income and Inequality*, Penguin Books, Middlesex, G.B., 1973.
- [73] THEIL, Henri, *Economics and Information Theory*, North-Holland, Amsterdam, 1967.
- [74] TINBERGEN, Jan, *Income Differences. Recent Research*, North-Holland Pub. Co. Amsterdam, 1975.
- [75] \_\_\_\_\_, “Equitable Distribution: Definition, Measurement, Feasibility”, en Krelle, Wilhelm y Shorrocks, Anthony F. *Personal Income Distribution*, North-Holland, Amsterdam, 1978.
- [76] VICKREY, W.S., “An Exchange of Questions between Economics and Philosophy” en Phelps, E.H. (compilador), *Economic Justice*, Penguin Books, Middlesex, G.B., 1973.
- [77] \_\_\_\_\_, “Risk, Utility and Social Policy”, en Phelps, E.H. (compilador), *Economic Justice*, Penguin Books, Middlesex, G.B., 1973.

- [78] VAINER, J., "Bentham and J.S. Mill: The Utilitarian Background", en Phelps, E.H. (compilador), *Economic Justice*, Penguin Books, Middlesex, G.B., 1973.
- [79] VON WEIZSÄCKER, C.C., "Annual Income, Lifetime Income and other Income Concepts in Measuring Income Distribution", en Krelle, Wilhelm y Shorrocks, Anthony F., *Personal Income Distribution*, North-Holland, Amsterdam, 1978.
- [80] WAGNER, Michael, "On Comparisons of Distribution Processes", en Krelle, Wilhelm y Shorrocks, Anthony F. *Personal Income Distribution*, North-Holland, Amsterdam, 1978.
- [81] WEISSKOPF, Richard, "Distribución del ingreso y crecimiento económico en Puerto Rico, Argentina y México", en Foxley, Alejandro (compilador), *Distribución del Ingreso*, Fondo de Cultura Económica, México, 1974.
- [82] WILES, Peter, "Our Shaky Data Base", en Krelle, Wilhelm y Shorrocks, Anthony F., *Personal Income Distribution*, North-Holland, Amsterdam, 1978.
- [83] YHITZHAKI, Scholomo, "Relative Deprivation and the Gini Coefficient", *Quarterly Journal of Economics*, vol. XCIII, núm. 2, mayo de 1979.
- [84] ZAID, Gabriel, *El Progreso Improductivo*, Siglo XXI Editores, México, 1979.
- [85] ZAZUETA, César, "Salarios y Distribución" en Bazdresch Parada, C Reyes Heróles, J. y Vera Ferrer, Gabriel (compiladores), *Distribución del Ingreso en México. Ensayos. Análisis Estructural*, cuaderno 2, tomo II, Banco de México, México, 1982.

#### LA DESIGUALDAD ECONÓMICA

se terminó de imprimir en mayo de 1986 en los talleres de  
Programas Educativos, S.A. de C.V., Chabacano 65-A.  
Se tiraron 3 000 ejemplares, más sobrantes para reposición.

Composición tipográfica: Edigraf, S.A.

Formación: Víctor Contreras.

Diseño la portada Mónica Diez Martínez.

Cuidó la edición el

Departamento de Publicaciones de El Colegio de México.





# Centro de Estudios Económicos

*Este libro expone los métodos de análisis de la desigualdad y presenta resultados sobre México. Esto último con el doble propósito de informar al lector sobre la situación distributiva de México y de ilustrar la aplicación de los métodos.*

*Este libro ofrece al estudiante y al investigador de temas sociales el material introductorio para el estudio de la desigualdad. Presenta, en orden de complejidad, desde los principios básicos hasta las ideas más recientes sobre el análisis de la desigualdad económica.*

*Para poner los conceptos al alcance del mayor número posible de lectores, la exposición elude el uso de matemáticas complejas, tan común en la literatura sobre el tema, pero sin renunciar al rigor en la exposición. Propone también algunas ideas para el estudio de la relación entre el crecimiento económico y la distribución del ingreso, de gran interés en el diseño de la política económica.*

